

Analisis Sensitivitas Model SEIV pada Kasus Penularan Penyakit Polio

Venthy Angelika¹, Joko Harianto²

¹Program Studi Sarjana Kedokteran, Fakultas Kedokteran, Universitas Cenderawasih, Jalan Raya Abepura-Sentani, Jayapura 99351, Papua, Indonesia

²Program Studi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Cenderawasih, Jalan Kampwolker Waena, Jayapura 99358, Papua, Indonesia

Korespondensi; Joko Harianto, Email: joharijpr88@gmail.com

Abstrak

Trend kasus penularan polio sampai tahun 2023 masih fluktuatif dan belum cenderung monoton turun. Kejadian tersebut menjadi penting untuk dibahas terutama yang terkait dengan faktor-faktor yang mempengaruhi kasus penularan polio. Salah satu kajian yang digunakan untuk mendeskripsikan kejadian penularan polio yaitu melalui analisis model matematika. Salah satu model matematika yang digunakan untuk merepresentasikan kejadian penularan polio adalah model dinamik dengan kompartemen Susceptible-Exposed-Infected-Vaccinated (SEIV). Model SEIV yang dianalisis dalam penelitian ini melibatkan tujuh parameter. Jika nilai setiap parameter fluktuatif, maka akan berpengaruh terhadap kasus penularan polio. Oleh karena itu, tujuan penelitian ini adalah menganalisis pengaruh setiap parameter dalam model SEIV terhadap kasus penularan polio. Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah metode studi literatur. Data sekunder pada penelitian ini digunakan untuk membuat simulasi model SEIV. Temuan penelitian ini adalah terdapat dua parameter yang paling berpengaruh terhadap kasus penularan polio. Parameter laju transmisi infeksi menjadi parameter yang paling berpengaruh dalam hal peningkatan kasus penularan polio karena nilai indeks sensitivitasnya paling tinggi diantara enam parameter lainnya. Sedangkan parameter laju kematian alami menjadi parameter yang paling berpengaruh terhadap penurunan kasus penularan polio. Hal ini dikarenakan berdasarkan nilai indeks sensitivitas, parameter laju kematian memiliki nilai indeks sensitivitas paling terendah diantara enam parameter lainnya.

Kata Kunci: Model SEIV, Analisis sensitivitas, Bilangan reproduksi dasar

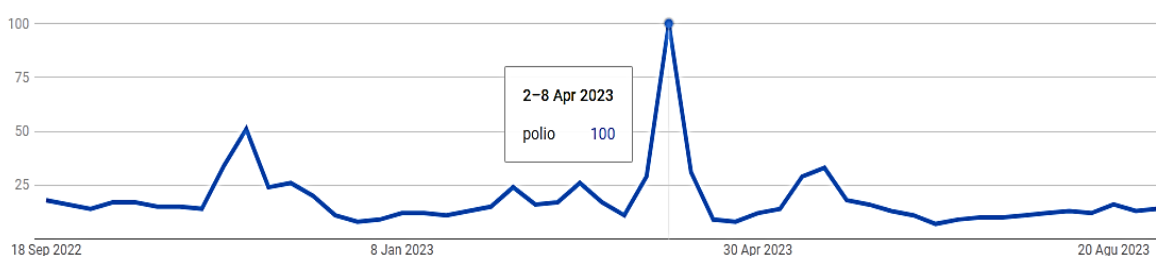
Abstract

The trend of polio transmission cases until 2023 is still fluctuating and does not tend to decrease monotonically. This incident is important to discuss, especially in relation to the factors that influence cases of polio transmission. One of the studies used to describe the incidence of polio transmission is through mathematical model analysis. One of the mathematical models used to represent the incidence of polio transmission is a dynamic model with the Susceptible-Exposed-Infected-Vaccinated (SEIV) compartment. The SEIV model analyzed in this study involves seven parameters. If the value of each parameter fluctuates, it will affect cases of polio transmission. Therefore, the aim of this research is to analyze the influence of each parameter in the SEIV model on cases of polio transmission. The method used in this research is the literature study method. Secondary data in this study was used to create a SEIV model simulation. The findings of this research are that there are two parameters that have the greatest influence on cases of polio transmission. The infection transmission rate parameter is the most influential parameter in terms of increasing cases of polio transmission because the sensitivity index value is the highest among the other six parameters. Meanwhile, the natural death rate parameter is the parameter that has the most influence on reducing cases of polio transmission. This is because based on the sensitivity index value, the death rate parameter has the lowest sensitivity index value among the other six parameters.

Keywords: SEIV Model, Sensitivity analysis, Basic reproduction number

Pendahuluan

Sebanyak 415 Kabupaten/Kota di 30 provinsi di Indonesia masuk dalam kriteria risiko tinggi polio karena rendahnya imunisasi, untuk itu Pemerintah gencarkan upaya Imunisasi. Polio sangat berbahaya pada anak-anak karena dapat melumpuhkan dan tidak ada obatnya, namun mudah dicegah dengan vaksinasi polio lengkap dan rutin. Pencegahan juga dilakukan dengan menerapkan pola hidup bersih dan sehat, seperti buang air besar pada jamban yang sesuai standar, mencuci tangan dengan sabun, dan minum air matang. Pada mesin pencari, yaitu google trends pada Gambar 1 dapat dilihat bahwa topik terkait polio pada tanggal 2-8 April 2023 kurvanya naik hingga pada angka 100. Hal ini menunjukkan sampai saat ini masalah penularan polio masih terus dibahas karena sebarannya fluktuatif.



Gambar 1. Trend topik polio dari Google trends diakses pada tanggal 11-05-2023

Kejadian penularan polio dapat dideskripsikan dengan menggunakan pendekatan matematis melalui konsep pemodelan matematika. Pemodelan matematika adalah cara merepresentasikan masalah kompleks dalam bentuk persamaan matematika atau sistem persamaan (buku meksianis). Konstruksi model untuk permasalahan penularan suatu penyakit umumnya dikaitkan dengan kompartemen yang dikategorikan dalam populasi. Populasi manusia dalam wilayah yang terdampak suatu penyakit dapat dibagi menjadi empat kompartemen, yaitu Susceptible (S), Exposed (E), Infected (I) dan Vaccinated (V). Model tersebut kemudian disebut sebagai model berbasis SEIV [1],[2],[3],[4],[5],[6],[7],[8].

Penelitian dalam negeri terkait model berbasis SEIV dibahas oleh Gunawan pada tahun 2016 [9]. Penelitian tersebut membahas konstruksi model, eksistensi titik ekuilibrium, bilangan reproduksi dasar dan bifurkasi. Model berbasis SEIV pertama kali diterapkan untuk masalah penularan penyakit polio dibahas dalam [10]. Penelitian terkait model tersebut kemudian terus dikembangkan disesuaikan dengan faktor-faktor yang mempengaruhi kejadian penularan pada saat itu. Okuonghae et. al. pada tahun 2015 mengembangkan model dengan melibatkan dua jenis vaksin. Penelitian tersebut menunjukkan hasil analisis kestabilan global titik ekuilibrium modelnya [11]. Denes & Szekely pada tahun 2017 membahas model penularan polio dengan mempertimbangkan adanya imigran yang divaksin dengan tingkat rendah. Model ini mendeskripsikan kemunculan penularan polio akibat datangnya imigran yang divaksin dengan tingkat rendah [12]. Pada tahun 2021, Alrawajeh membahas analisis numerik dengan membandingkan beberapa metode untuk simulasi model yang dibahas oleh Agarwal [13].

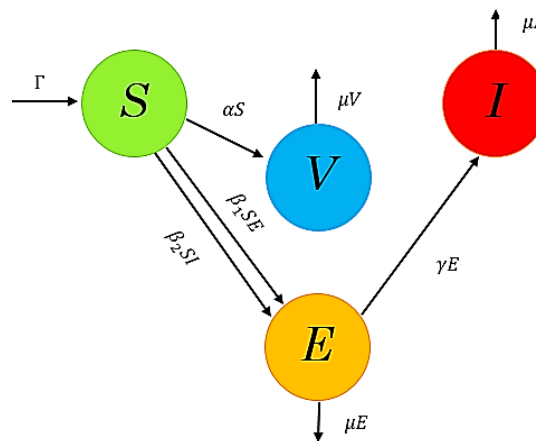
Penelitian terbaru tentang model matematika berbasis SEIV untuk masalah penularan polio dibahas dalam [14],[15]. Xuan dan Iqbal menggunakan pendekatan fraksional untuk persamaan diferensial pada model berbasis SEIV. Naved et al. melibatkan faktor tundaan waktu pada model penularan polio [16], [17]. Penelitian dalam negeri terkait model penularan polio dibahas dalam artikel yang ditulis oleh Umam dkk. pada tahun 2016. Model yang dikonstruksi diasumsikan populasinya tidak konstan dan tidak ada kematian karena terjangkit polio [18]. Seseorang masih ada kemungkinan dapat

terjangkit kembali oleh polio pasca divaksin jika vaksin yang diperolehnya hanya dalam tingkat yang rendah [12]. Berdasarkan pada artikel [10] dan [18], saat ini Harianto dan Seru membahas analisis kestabilan lokal untuk model yang dimodifikasi. Modifikasi yang dilakukan yaitu menambahkan faktor re-infected (terjangkit kembali) setelah divaksin dan faktor kematian akibat terjangkit polio. Pembahasan tersebut difokuskan pada kestabilan lokal titik ekuilibrium model sedangkan analisis sensitivitas setiap parameternya belum dibahas.

Analisis sensitivitas penting untuk dikaji agar dapat diketahui parameter yang paling berpengaruh secara signifikan terhadap laju penularan penyakit [19]. Oleh karena itu, tujuan pembahasan ini adalah menganalisis pengaruh setiap parameter dalam model terhadap kejadian penularan polio.

Hasil dan Pembahasan

Penularan polio terjadi dalam populasi manusia. Populasi manusia dikelompokkan menjadi empat kompartemen dengan karakteristik yang berbeda. Empat kompartemen tersebut antara lain kompartemen rentan, terpapar, terinfeksi dan divaksin. Jumlah individu dalam populasi bergantung pada waktu sehingga populasi merupakan suatu fungsi terhadap waktu. Jumlah individu yang rentan terhadap polio pada saat t dinotasikan dengan $S(t)$. Jumlah individu yang terpapar polio pada saat t dinotasikan dengan $E(t)$. Jumlah individu yang terinfeksi polio pada saat t dinotasikan dengan $I(t)$. Jumlah individu yang divaksin polio pada saat t dinotasikan dengan $V(t)$. Asumsi-asumsi yang dilibatkan dalam konstruksi model ini antara lain populasi berkembang mengikuti pertumbuhan logistik, kematian bukan karna polio terjadi pada setiap kompartemen dengan laju yang sama, vaksin hanya diberikan kepada individu yang rentan polio, vaksin memberikan kekebalan secara sempurna sehingga orang yang telah divaksin tidak akan terpapar dan terinfeksi polio. Transmisi polio terjadi karena adanya kontak antara seseorang yang terpapar atau terinfeksi dengan orang yang rentan polio. Berikut ini diberikan diagram skematik model matematika penularan polio.



Gambar 2. Diagram skematik model matematika penularan polio

Gambar 2 mengilustrasikan alur perubahan jumlah individu pada setiap kompartemen untuk permasalahan penularan polio. Gambar 2 menunjukkan kompartemen rentan akan meningkat populasinya karena adanya pertumbuhan logistik Γ dengan $\Gamma = rS \left(1 - \frac{S}{K}\right)$ dan kompartemen ini populasinya dapat berkurang karena faktor transmisi polio sebesar $\beta_1 SE + \beta_2 SI$. Kompartemen terpapar bertambah karena masuknya faktor transmisi polio sebesar $\beta_1 SE + \beta_2 SI$. Kompartemen terpapar berkurang karena adanya individu yang terinfeksi polio sebesar γE dan terjadi kematian alami sebesar μE . Kompartemen terinfeksi bertambah karena masuknya individu-individu terinfeksi polio sebesar γE dan kompartemen ini berkurang karena adanya kematian alami sebesar μI . Kompartemen

divaksin bertambah karena masuknya individu-individu yang telah divaksin sebesar αS dan kompartemen ini berkurang karena adanya kematian alami sebesar μV . Perubahan jumlah individu pada setiap kompartemen per satuan waktu dirumuskan dalam persamaan diferensial berikut ini:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= rS \left(1 - \frac{S}{K}\right) - \beta_1 SE - \beta_2 SI - \alpha S \\ \frac{dE}{dt} &= \beta_1 SE + \beta_2 SI - (\gamma + \mu)E \\ \frac{dI}{dt} &= \gamma E - \mu I \\ \frac{dV}{dt} &= \alpha S - \mu V \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Perubahan jumlah individu rentan polio per satuan waktu dinyatakan dengan $\frac{dS}{dt}$. Perubahan jumlah individu terpapar polio per satuan waktu dinyatakan dengan $\frac{dE}{dt}$. Perubahan jumlah individu terinfeksi polio per satuan waktu dinotasikan dengan $\frac{dI}{dt}$. Perubahan jumlah individu yang telah divaksin polio per satuan waktu dinotasikan dengan $\frac{dV}{dt}$. Parameter-parameter yang digunakan dalam Persamaan (1) dideskripsikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Deskripsi parameter pada model

| Parameter | Deskripsi |
|-----------|---|
| r | Laju pertumbuhan intrinsik |
| β_1 | Laju transmisi dengan individu terpapar |
| β_2 | Laju transmisi dengan individu terinfeksi |
| α | Laju pemberian vaksin pada individu-individu rentan |
| γ | Laju infeksi |
| μ | Laju kematian alami |
| K | Ambang batas total individu |

Semua titik ekuilibrium Sistem (1) merupakan solusi dari sistem persamaan berikut ini

$$\left. \begin{aligned} rS \left(1 - \frac{S}{K}\right) - \beta_1 SE - \beta_2 SI - \alpha S &= 0 \\ \beta_1 SE + \beta_2 SI - (\gamma + \mu)E &= 0 \\ \gamma E - \mu I &= 0 \\ \alpha S - \mu V &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Salah satu titik ekuilibrium yang sering disebut sebagai titik ekuilibrium bebas penyakit diperoleh saat $I = 0$. Titik ekuilibrium Sistem (1) dinotasikan dengan P , yaitu $P(S_0, E_0, I_0, V_0) = P\left(\frac{K(r-\alpha)}{r}, 0, 0, \frac{\alpha K(r-\alpha)}{r\mu}\right)$. Selanjutnya, bilangan reproduksi dasar model ini ditentukan dengan menggunakan the next generation matrix [20]. Matriks non-negatif F dan non-singular \mathcal{V} dari Sistem (1) adalah

$$F = \begin{pmatrix} \beta_1 S_0 & \beta_2 S_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{V} = \begin{pmatrix} \gamma + \mu & 0 & 0 \\ -\gamma & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{pmatrix}$$

Sehingga diperoleh

$$F\mathcal{V}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\beta_1 S_0}{\gamma + \mu} + \frac{\beta_2 \gamma S_0}{\mu(\gamma + \mu)} & \frac{\beta_2 S_0}{\mu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bilangan reproduksi dasar model ini adalah radius spektral dari matriks $F\mathcal{V}^{-1}$, yaitu

$$R_0 = \frac{\beta_1 \mu + \beta_2 \gamma}{\mu(\gamma + \mu)} S^0 = \frac{(\beta_1 \mu + \beta_2 \gamma)K(r - \alpha)}{r\mu(\gamma + \mu)}.$$

Analisis sensitivitas digunakan untuk menentukan parameter yang paling berpengaruh dalam model [21]. Berikut ini ditentukan indeks sensitivitas setiap parameter yang terlibat dalam bilangan reproduksi dasar dari model penyebaran penyakit polio. Indeks sensitivitas suatu parameter p dinotasikan dengan $I_p^{R_0}$ dirumuskan sebagai berikut

$$I_p^{R_0} = \frac{\partial R_0}{\partial p} \cdot \frac{p}{R_0}$$

Ada 7 parameter dalam model ini yang akan dihitung indeks sensitivitasnya, yaitu $r, K, \alpha, \gamma, \beta_1, \beta_2, \mu$. Indeks sensitivitas 7 parameter tersebut diberikan pada persamaan berikut ini.

$$I_r^{R_0} = \frac{(\beta_1 \mu + \beta_2 \gamma)K}{r\mu(\gamma + \mu)} - \frac{(\beta_1 \mu + \beta_2 \gamma)K(r - \alpha)}{r^2\mu(\gamma + \mu)}$$

$$I_\mu^{R_0} = \frac{\beta_1 K(r - \alpha)}{r\mu(\gamma + \mu)} - \frac{(\beta_1 \mu + \beta_2 \gamma)K(r - \alpha)}{r\mu^2(\gamma + \mu)} - \frac{(\beta_1 \mu + \beta_2 \gamma)K(r - \alpha)}{r\mu(\gamma + \mu)^2} I_r^{R_0}$$

$$I_\gamma^{R_0} = \frac{\beta_2 K(r - \alpha)}{r\mu(\gamma + \mu)} - \frac{(\beta_1 \mu + \beta_2 \gamma)K(r - \alpha)}{r\mu(\gamma + \mu)^2}$$

$$I_{\beta_1}^{R_0} = \frac{K(r - \alpha)}{r(\gamma + \mu)}$$

$$I_{\beta_2}^{R_0} = \frac{\gamma K(r - \alpha)}{r\mu(\gamma + \mu)}$$

$$I_K^{R_0} = \frac{(\beta_1 \mu + \beta_2 \gamma)(r - \alpha)}{r\mu(\gamma + \mu)}$$

$$I_a^{R_0} = -\frac{(\beta_1 \mu + \beta_2 \gamma)K}{r\mu(\gamma + \mu)}$$

Berdasarkan tujuh persamaan tersebut dapat diperhatikan bahwa indeks sensitivitas parameter β_1, β_2 dan K selalu positif sehingga perubahan parameter ini berbanding lurus dengan R_0 . Sebaliknya, indeks sensitivitas parameter a selalu negatif sehingga perubahan parameter ini berbanding terbalik dengan R_0 .

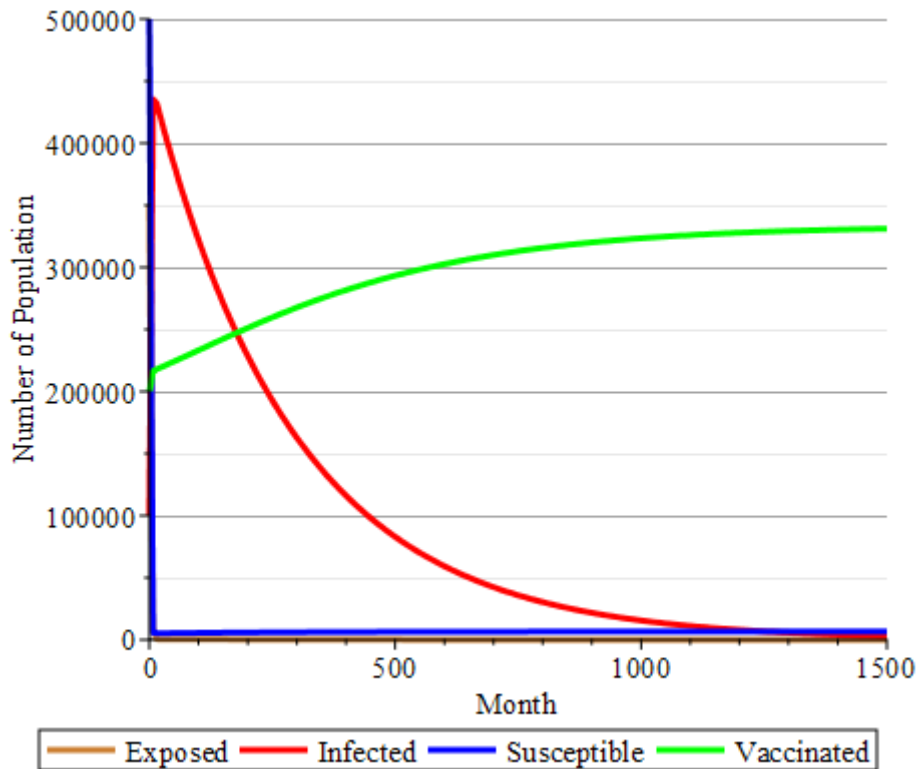
Pada bagian ini berikan simulasi model. Simulasi yang dilakukan dibedakan menjadi dua kondisi, yaitu kondisi tanpa penularan polio dan kondisi saat terjadi penularan polio. Simulasi dilakukan menggunakan software MAPLE dengan memasukkan nilai awal untuk setiap kompartemen. Kondisi

tanpa penularan polio terjadi ketika tidak ada individu penyebar polio, dengan kata lain tidak ada penularan polio ($R_0 < 1$). Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai parameter model penularan polio

| Parameter | Nilai | |
|-----------|-------------|---------------|
| | $R_0 < 1$ | $R_0 > 1$ |
| r | 0,6 | 0,6 |
| K | 10.000 | 10^6 |
| α | 0,2 | 0,3 |
| γ | 0,5 | 0,45 |
| β_1 | 2.10^{-7} | 2.10^{-7} |
| β_2 | 10^{-7} | $1,5.10^{-7}$ |
| μ | 0,004 | 0,004 |

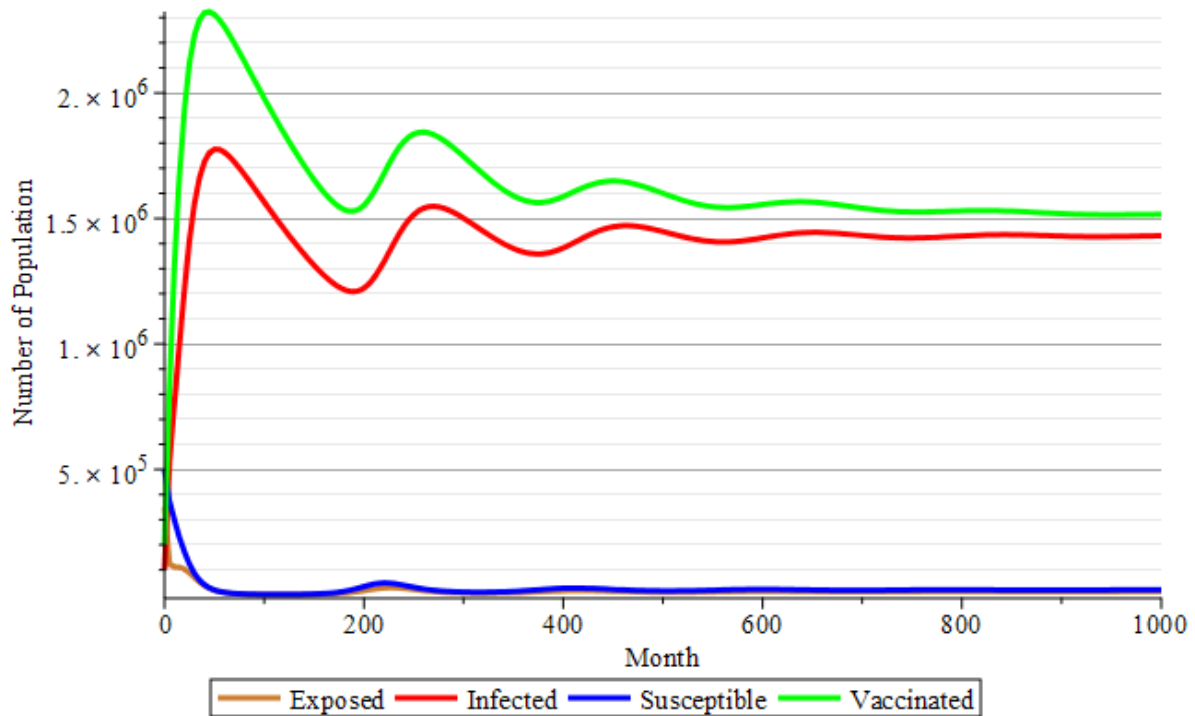
Berdasarkan Tabel 2 untuk kasus $R_0 < 1$ diperoleh $R_0 = 0,17$ dengan $P_0(6.666; 0; 0; 333.333)$. Simulasi numerik saat tidak terjadi penularan polio dengan nilai awal $S(0) = 500.000, E(0) = 350.000, I(0) = 100.000, V(0) = 200.000$ diberikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Dinamika populasi saat $R_0 < 1$.

Dari Gambar 3 dapat diperhatikan bahwa jumlah individu pada seluruh kompartemen cenderung konvergen ke titik keseimbangan non-endemik model. Selain itu, jumlah individu pada kompartemen rentan turun karena adanya pemberian vaksin sehingga jumlah individu pada kompartemen vaksinasi cenderung meningkat karena tidak adanya penularan. Kemudian, jumlah

individu yang terpapar dan terinfeksi akan cenderung menurun hingga akhirnya habis. Penularan polio terjadi jika ada seseorang yang tertular kemudian menularkannya ke orang lain. Berdasarkan Tabel 2 untuk kasus $R_0 > 1$ diperoleh $R_0 = 24,4$ dengan $P_1(20.044; 12.714; 1.430.332; 1.503.311)$. Simulasi numerik saat tidak terjadi penularan polio dengan nilai awal $S(0) = 500.000$, $E(0) = 350.000$, $I(0) = 100.000$, $V(0) = 200.000$ diberikan pada Gambar 4.



Gambar 4. Dinamika populasi saat $R_0 > 1$

Dari Gambar 4 dapat diperhatikan bahwa jumlah individu setiap kompartemen cenderung konvergen ke titik ekuilibrium endemik model. Selain itu, jumlah individu terinfeksi polio cenderung meningkat sebelum akhirnya berada dalam kondisi konstan pada angka 1,4 juta jiwa.

Tabel 3. Indeks sensitivitas setiap parameter dalam model penularan polio

| Parameter | Indeks sensitivitas |
|-----------|---------------------|
| r | 0,14 |
| K | 0,000017 |
| α | -0,42 |
| γ | -0,003 |
| β_1 | 13227 |
| β_2 | 1653439 |
| μ | -41,7 |

Berdasarkan Tabel 3 indeks sensitivitas parameter r sebesar 0,14 artinya nilai R_0 akan meningkat sebesar 1,4% jika laju pertumbuhan intrinsik meningkat sebesar 10%. Indeks sensitivitas parameter K

sebesar 0,000017 artinya nilai R_0 akan meningkat sebesar 0,00017% jika ambang batas meningkat sebesar 10%. Indeks sensitivitas parameter α sebesar -0,42 artinya nilai R_0 akan menurun sebesar 4,2% jika laju pemberian vaksin meningkat sebesar 10%. Indeks sensitivitas parameter γ sebesar -0,003 artinya nilai R_0 akan menurun sebesar 0,03% jika laju infeksi meningkat sebesar 10%. Indeks sensitivitas parameter β_1 sebesar 13227 artinya nilai R_0 akan meningkat sebesar 1,3% jika laju transmisi terpapar meningkat sebesar 0,0001%. Indeks sensitivitas parameter β_2 sebesar 1653439 artinya nilai R_0 akan meningkat sebesar 1,6% jika laju transmisi terinfeksi meningkat sebesar 0,000001%. Indeks sensitivitas parameter μ sebesar -41,7 artinya nilai R_0 akan menurun sebesar 4,17% jika laju kematian alami meningkat sebesar 10%.

Kesimpulan

Hasil analisis sensitivitas menunjukkan bahwa adanya sedikit perubahan nilai parameter pada model akan mempengaruhi bilangan reproduksi dasar. Pengaruh akibat perubahan nilai setiap parameter berbeda-beda. Parameter yang paling berpengaruh terhadap peningkatan penularan polio adalah parameter laju transmisi infeksi polio (β_2). Parameter laju transmisi infeksi polio menjadi parameter paling berpengaruh dalam hal peningkatan penularan polio karena nilai indeks sensitivitasnya paling tinggi diantara enam parameter lainnya. Sebaliknya, parameter laju kematian alami (μ) menjadi parameter yang sangat berpengaruh terhadap penurunan penularan polio. Hal ini dikarenakan berdasarkan nilai indeks sensitivitas, parameter laju kematian alami memiliki nilai indeks sensitivitas paling terendah diantara enam parameter lainnya. Dengan demikian, jika nilai parameter transmisi infeksi polio meningkat maka bilangan reproduksi akan meningkat pula artinya kasus penularan polio meningkat. Sedangkan, jika nilai parameter laju kematian alami meningkat maka bilangan reproduksi dasar justru akan menurun artinya kasus penularan polio menurun.

Referensi

- [1] L. M. Cai and X. Z. Li, "Analysis of a SEIV epidemic model with a nonlinear incidence rate," *Appl. Math. Model.*, vol. 33, no. 7, 2009.
- [2] O. Adebimpe, O. Abiodun, O. Oludoun, and B. Gbadamosi, "Analysis of an SEIV Epidemic Model with Temporary Immunity and Saturated Incidence Rate," in *2020 International Conference in Mathematics, Computer Engineering and Computer Science, ICMCECS 2020*, 2020.
- [3] M. Bai and L. Ren, "An SEIV epidemic model for childhood diseases with partial permanent immunity," *Comput. Math. Methods Med.*, vol. 2015, 2015.
- [4] E. Renald, D. Kuznetsov, and K. Kreppel, "Sensitivity Analysis and Numerical Simulation of a SEIV Basic Dog-Rabies Mathematical Model with Control," *Int. J. Adv. Sci. Res. Eng.*, vol. 05, no. 09, 2019.
- [5] O. Adebimpe, "Stability Analysis of a SEIV Epidemic Model with Saturated Incidence Rate," *Br. J. Math. Comput. Sci.*, vol. 4, no. 23, 2014.
- [6] Z. Li, J. Hong, C. Yu, and Z. Sun, "Awareness design and analysis upon two infectious states based on susceptible-exposed-infected-vigilant (SEIV) model," in *2017 Asian Control Conference, ASCC 2017*, 2018, vol. 2018-January.
- [7] G. A. Joseph and S. Balamuralitharan, "Global stability analysis of human SEIV-mosquitoes SEI model for malaria transmission," in *AIP Conference Proceedings*, 2020, vol. 2277.
- [8] L. Wang, Z. Liu, C. Guo, Y. Li, and X. Zhang, "New global dynamical results and application of

- several SVEIS epidemic models with temporary immunity,” *Appl. Math. Comput.*, vol. 390, 2021.
- [9] Gunawan, “Bifurkasi Mundur pada Model Epidemi SEIV dengan Laju Insidensi Nonlinear,” *J. Mat. Murni dan Terap. “Epsilon,”* vol. 10, no. 1, pp. 1–13, 2016.
- [10] M. Agarwal and A. S. Bhadauria, “Modeling Spread of Polio with the Role of Vaccination,” *Appl. Appl. Math. An Int. J. MSC*, vol. 6, no. 2, 2011.
- [11] D. Okuonghae, A. B. Gumel, and M. A. Safi, “Dynamics of a two-strain vaccination model for polio,” *Nonlinear Anal. Real World Appl.*, vol. 25, 2015.
- [12] A. Dénes and L. Székely, “Global dynamics of a mathematical model for the possible re-emergence of polio,” *Math. Biosci.*, vol. 293, 2017.
- [13] F. A. Alrawajeh *et al.*, “Bio-Inspired Computational Methods for the Polio Virus Epidemic Model,” *Comput. Mater. Contin.*, vol. 72, no. 2, 2022.
- [14] X. Liu *et al.*, “FRACTIONAL MATHEMATICAL MODELING TO THE SPREAD OF POLIO WITH THE ROLE OF VACCINATION UNDER NON-SINGULAR KERNEL,” *Fractals*, vol. 30, no. 5, 2022.
- [15] M. S. iqbal *et al.*, “Analysis of the fractional polio model with the Mittag-Leffler kernels,” *Alexandria Eng. J.*, vol. 64, 2023.
- [16] M. Naveed, D. Baleanu, A. Raza, M. Rafiq, and A. H. Soori, “Treatment of polio delayed epidemic model via computer simulations,” *Comput. Mater. Contin.*, vol. 70, no. 2, 2022.
- [17] M. Naveed, D. Baleanu, M. Rafiq, A. Raza, A. H. Soori, and N. Ahmed, “Dynamical behavior and sensitivity analysis of a delayed coronavirus epidemic model,” *Comput. Mater. Contin.*, vol. 65, no. 1, 2020.
- [18] Y. C. Umam, M. Kharis, and Supriyono, “Model Epidemi SEIV Penyebaran Penyakit Polio pada Populasi Tak-Konstan,” *Unnes J. Math.*, vol. 5, no. 2, 2016.
- [19] H. S. Rodrigues, M. T. T. Monteiro, and D. F. M. Torres, “Sensitivity Analysis in a Dengue Epidemiological Model,” *Conf. Pap. Math.*, 2013.
- [20] P. Driessche van den, “Reproduction numbers of infectious disease models,” *Infect. Dis. Model.*, vol. 2, no. 3, pp. 288–303, 2017.
- [21] R. U. Hurint, M. Z. Ndi, and M. Lobo, “Analisis Sensitivitas Model Epidemi SEIR,” *Nat. Sci. J. Sci. Technol.*, vol. 6, no. 1, 2017.