

Aplikasi Algoritma Tabu Search dan Safety Stock Pada Penentuan Rute Distribusi Air Mineral di Daerah Istimewa Yogyakarta

Anita Nurul Firdaus dan Pipit Pratiwi Rahayu

Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Kalijaga, Jl. Marsda Adisucipto No. 1 Yogyakarta, Indonesia

Korespondensi; Pipit Pratiwi Rahayu, Email: pipitprahayu@yahoo.com

Abstrak

Pendistribusian produk berperan penting dalam dunia industri. Salah satu usaha yang dapat dilakukan perusahaan untuk mengoptimalkan pendistribusian produk adalah meminimalkan biaya transportasi melalui penentuan rute optimal kendaraan yang disebut dengan VRP (Vehicle Routing Problem). Tujuan dari VRP adalah menentukan rute optimal yaitu rute dengan jarak minimum untuk mendistribusikan produk kepada konsumen. Salah satu variasi VRP adalah Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP), yaitu VRP dengan kendala kapasitas kendaraan. Kasus CVRP tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan Algoritma Tabu Search. Cara kerja Algoritma Tabu Search dimulai dengan penentuan initial solution menggunakan Nearest Neighbor, evaluasi move menggunakan Exchange, 2-Opt, Relocated, dan Cross Exchange, update Tabu List, kemudian apabila kriteria pemberhentian terpenuhi maka proses Algoritma Tabu Search berhenti jika tidak, maka kembali pada evaluasi move. Proses perhitungan Algoritma Tabu Search dilakukan secara manual pada PT IAP. Setiap perusahaan distributor atau pun jasa selalu mengadakan persediaan, salah satunya adalah Safety Stock. Perhitungan sederhana Safety Stock dapat membantu menyelesaikan persediaan pengaman yang harus dipersiapkan perusahaan untuk mengurangi tingkat kerugian. Berdasarkan proses perhitungan manual diperoleh solusi pendekatan optimal yaitu rute dengan total jarak terpendek sebesar 138,834 km dan nilai untuk Safety Stock adalah ± 9 karton.

Kata Kunci: Algoritma Tabu Search; Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP); Nearest Neighbor; Safety Stock

Abstract

Distribution of the product play an important role in the industry field. The effort done by the companies to optimize the distribution is minimize transportation fee by deciding the shortest route of the vehicle, known as *Vehicle Routing Problem (VRP)*. The purpose of VRP is to determine the optimal route of the route with a minimum distance to distribute product to the consumer. One of the varieties of VRP is *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)*, which is VRP with vehicle capacity problems. CVRP case can be solved by using *Tabu Search Algorithm*. How it works Tabu Search Algorithm starts with the determination of the initial solution using the Nearest Neighbor, evaluating the move using Exchange, 2-Opt, Relocated, and Cross Exchange, updates Tabu List, then when the criteria for termination are met then the Tabu Search algorithm stop if not, then go back to the evaluation of the move. Tabu Search Algorithm calculation process is done manually PT IAP. Every distributor or service company always hold inventory, one of them is Safety Stock. The simple calculation of *Safety Stock* can help solve the safety availability that should be prepared by the companies and reduce the level of losses. Based on the manual calculation process obtained optimal solution approach that is route with the shortest route to the optimal total distance of 138,834 km and the value of safety stock is ± 9 cartons.

Keywords: Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP); Nearest Neighbor; Safety Stock; Tabu Search Algorithm

Pendahuluan

Pada dunia industri, logistik memiliki peranan penting dalam meningkatkan kinerja suatu perusahaan. Kemampuan perusahaan untuk mengelola logistik secara efektif dan efisien dapat mempengaruhi biaya dan tingkat pelayanan terhadap konsumen sehingga dapat bersaing dengan perusahaan sejenis lainnya.

Salah satu usaha yang dapat dilakukan perusahaan untuk mengoptimalkan pendistribusian produk adalah meminimalkan biaya transportasi melalui penentuan rute optimal kendaraan yang disebut *Vehicle Routing Problem* (VRP). Kasus VRP merupakan bagian TSP dengan menyertakan kendala satu kendaraan dengan kapasitas sehingga digolongkan ke dalam NP-Hard Problem. Secara teori ataupun praktik pada dunia nyata memiliki permasalahan yang sangat banyak dan kompleks sehingga sulit untuk dipecahkan. Kasus NP-Hard dapat diselesaikan menggunakan pendekatan solusi optimal dengan metode heuristik. Dibandingkan dengan metode heuristik klasik, metaheuristik menunjukkan pencarian solusi yang lebih teliti. Salah satu metode metaheuristik yang dapat diaplikasikan untuk menuntun prosedur pencarian local heuristik untuk menjelajahi daerah solusi di luar titik optimal lokal [9].

Algoritma Tabu Search dapat digunakan untuk mencari solusi optimal VRP yaitu rute yang memiliki total jarak tempuh minimum dengan mempertimbangkan kapasitas kendaraan. Langkah Algoritma Tabu Search dimulai dengan penentuan *initial solution* menggunakan *Nearest Neighbor*, evaluasi move menggunakan metode *Exchange*, *2-Opt*, *Relocated*, dan *Cross Exchange*, update Tabu List, kemudian apabila kriteria pemberhentian terpenuhi maka proses Algoritma Tabu Search berhenti jika tidak, maka kembali pada evaluasi *move*. Perhitungan sederhana *Safety Stock* bertujuan untuk menyeimbangkan jumlah persediaan dengan jumlah permintaan konsumen. Keseimbangan tersebut tentunya akan mendatangkan keuntungan bagi perusahaan karena kemungkinan akan adanya modal macet yang berbentuk persediaan akan semakin kecil sehingga proses perputaran modal dari perusahaan akan lebih lancar. Algoritma Tabu Search dapat memudahkan pencarian solusi optimal VRP yang lebih efektif dan efisien pada PT IAP Yogyakarta.

Landasan Teori

Teori Graf

Graf adalah kumpulan simpul (*nodes*) yang dihubungkan satu sama lain melalui sisi (*edge*). Suatu graf G merupakan pasangan himpunan (V, E) ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, dimana V adalah himpunan berhingga dan tak kosong dari simpul (*node*) sedangkan E adalah himpunan sisi (*edge*) yang menghubungkan sepasang elemen tidak berurutan dari V . Elemen dari V dinamakan simpul (*node*), $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ dan elemen dari E dinamakan sisi (*edge*), $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$ [10].

Graf Berarah Berbobot

Graf berarah berbobot (*weighted directed graph*) adalah graf yang setiap *node* diberikan orientasi arah dan memiliki bobot [22]. Graf berarah berbobot sering digunakan untuk menggambarkan aliran proses, peta lintas Kota dan lain-lain. Lebih lanjut, pada graf berarah berbobot tidak memperbolehkan adanya sisi ganda atau *multiple edges*.

Graf Hamilton

Sebuah lintasan pada graf G yang melalui tiap *node* di dalam graf tersebut tepat satu kali disebut lintasan Hamilton, sedangkan sebuah sirkuit pada graf G yang melalui tiap *node* tepat satu kali disebut sebagai sirkuit Hamilton [22].

Travelling Salesman Problem (TSP)

Travelling salesman problem (TSP) merupakan suatu permasalahan untuk menemukan rute perjalanan terpendek dari kota asal atau depot kemudian mengunjungi seluruh kota konsumen yang harus dilalui satu kali dan kembali lagi ke depot. TSP dapat direpresentasikan pada sebuah graf $G = (V, E)$, dimana V adalah simpul (*node*) yang merepresentasikan kota, dan E adalah sisi yang merepresentasikan jalan yang menghubungkan kota tersebut. Secara umum model matematika untuk TSP adalah sebagai berikut [28]:

Diberikan v_{ij} adalah jarak dari Kota i ke Kota j (v_{ij} *nonnegative*) dan n adalah jumlah Kota yang akan dilewati. Fungsi tujuan untuk meminimumkan total jarak tempuh perjalanan salesman. Jika Z adalah fungsi tujuan maka;

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Didefinisikan variabel keputusan:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{Jika salesman melakukan perjalanan dari kota } i \text{ ke kota } j \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

1. Setiap kota dikunjungi 1 kali

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \text{ untuk } j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ji} = 1, \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$x_{ij} = 0, \text{ untuk } i = j \quad (4)$$

2. Variabel keputusan x_{ij}^k merupakan bilangan biner

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)

Vehicle Routing Problem (VRP) merupakan bagian dari TSP, artinya VRP merupakan TSP dengan menyertakan kendala satu kendaraan dengan kapasitas [25]. Beberapa komponen beserta karakteristiknya yang terdapat dalam masalah VRP yaitu; depot, jaringan jalan, konsumen, kendaraan, pengemudi [32].

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) merupakan salah satu variasi dari masalah VRP dengan penambahan kendala kapasitas kendaraan yang terbatas. CVRP dapat direpresentasikan sebagai suatu graf berarah berbobot (*weighted directed graph*) dilambangkan dengan $D = (V, A)$ dimana $V = \{v_i | i = 1, 2, \dots, n\}$ dapat pula ditulis dengan $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ adalah himpunan *nodes* dan $A = \{(v_i, v_j) | v_i, v_j \in V, i \neq j\}$ adalah himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan himpunan *nodes*. *Node* v_i dinyatakan sebagai depot dan yang lainnya adalah konsumen. Setiap elemen dari *edges* menyatakan jarak. Setiap *nodes* memiliki permintaan (*demand*) yang dinotasikan sebagai q_i dengan $i = \{1, 2, 3, \dots, n\}$. Himpunan $K = \{k_1, k_2, k_3, \dots, k_m\}$ merupakan kumpulan kendaraan yang homogen. Kapasitas kendaraan yang digunakan dinotasikan dengan Q [31].

Diberikan v_{ij} adalah jarak dari *node* i ke *node* j (v_{ij} merupakan bilangan *nonnegative*). Jarak diasumsikan simetrik ($v_{ij} = v_{ji}$) dan ($v_{ii} = v_{jj} = 0$). Permasalahan tersebut kemudian dapat dibuat menjadi model matematika dengan tujuan meminimumkan total jarak tempuh perjalanan kendaraan. Didefinisikan variabel keputusan:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{Jika kendaraan } k \text{ mengunjungi node } v_j \text{ setelah node } v_i \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

$$y_i^k = \begin{cases} 1, & \text{Jika node } v_i \text{ dilayani oleh kendaraan } k \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

Keterangan variabel:

$D = (V, A)$

V = Himpunan *nodes* $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$, dimana v_1 adalah depot dan $\{v_2, v_3, \dots, v_n\}$ adalah konsumen.

A = Himpunan sisi berarah (*arcs*) $\{(v_i, v_j) | v_i, v_j \in V, i \neq j\}$.

v_{ij} = Jarak antara *nodes* i ke *nodes* j .

q_i = Permintaan konsumen ke $i, i \in V$.

Q = Kapasitas masing-masing kendaraan $k_i \in K, i = \{1, 2, 3, \dots, n\}$.

K = $\{k_1, k_2, k_3, \dots, k_m\}$ kendaraan seragam yang digunakan.

Fungsi tujuan untuk meminimumkan total jarak tempuh kendaraan. Jika Z adalah fungsi tujuan, maka:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m v_{ij} x_{ij}^k \quad (6)$$

Kendala:

1. Setiap *node* hanya boleh dikunjungi tepat satu kali oleh 1 kendaraan.

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^k = 1, \forall i \in V \quad (7)$$

2. Kendaraan yang telah mengunjungi *node* i , kendaraan k harus meninggalkan *node* tersebut menuju *node* lain.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^k - \sum_{j=1}^n x_{ji}^k = 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (8)$$

3. Total jumlah permintaan konsumen dalam satu rute tidak melebihi kapasitas kendaraan.

$$\sum_{i=1}^n q_i \sum_{j=1}^n x_{ij}^k \leq Q, \forall k \in K \quad (9)$$

4. Setiap rute perjalanan kendaraan berakhir dan didepot.

$$\sum_{j=1}^n x_{1j}^k = 1, \forall k \in K \quad (10)$$

5. Setiap rute perjalanan kendaraan berakhir dan didepot.

$$\sum_{j=1}^n x_{i1}^k = 1, \forall k \in K \quad (11)$$

6. Variabel keputusan x_{ij}^k merupakan bilangan biner.

$$x_{ij}^k \in \{0,1\}, \forall i, j \in V, \forall k \in K \quad (12)$$

Variabel keputusan hanya akan terdefinisi jika jumlah permintaan *node* v_i dan *node* v_j tidak melebihi kapasitas kendaraan. Apabila kapasitas kendaraan tidak memadai untuk konsumen berikutnya maka kendaraan harus mengisi muatan di depot sehingga akan terbentuk rute baru.

Algoritma Tabu Search

Konsep dasar dari Algoritma Tabu Search yaitu menuntun setiap tahapannya agar dapat menghasilkan solusi yang paling optimum tanpa terjebak ke dalam solusi awal yang ditemukan selama tahapan ini berlangsung. Tujuan dari Algoritma Tabu Search yaitu mencegah terjadinya perulangan dan ditemukannya solusi yang sama pada suatu iterasi yang akan digunakan lagi pada iterasi selanjutnya. Algoritma Tabu Search memiliki Lima langkah utama yang digunakan untuk menyelesaikan VRP, yaitu:

1. Representasi Solusi

Representasi solusi yang digunakan Algoritma Tabu Search untuk penyelesaian VRP adalah solusi *feasible* yang ditulis sebagai suatu urutan titik-titik (*nodes*), dimana tiap titik (*node*) hanya terlihat sekali dalam urutan. Titik (*node*) tersebut merepresentasikan depot dan konsumen.

2. Pembentukan Solusi Awal (*Initial Solution*)

Solusi Awal merupakan langkah pertama yang dilakukan dalam proses Algoritma Tabu Search. Solusi awal dapat dibentuk menggunakan metode random atau metode heuristik yang akan diperbaiki pada iterasi berikutnya. Langkah berikutnya mencari solusi *Neighborhood*. Solusi *Neighborhood* merupakan solusi alternatif yang diperoleh dengan melakukan perpindahan *node* (*move*). Setiap perpindahan *node* (*move*) akan menghasilkan satu solusi *Neighborhood*. Perpindahan

node (move) dapat dilakukan menggunakan metode heuristik yaitu *Exchange*, *2-Opt*, *Cross Exchange* dan *Relocated*.

3. Tabu List

Tabu list berisi atribut *move* yang telah ditemukan sebelumnya. Ukuran Tabu List akan bertambah seiring meningkatnya ukuran masalah agar dapat menghasilkan kualitas solusi yang baik. Ukuran Tabu List yang terlalu panjang tidak akan menghasilkan kualitas solusi yang baik karena dapat menyebabkan terlalu banyak perpindahan *node (move)* yang di larang [13].

4. Kriteria Aspirasi (*Aspiration Criteria*)

Kriteria aspirasi adalah suatu metode untuk membatalkan status tabu [13].

5. Kriteria Pemberhentian (*Termination criteria*)

Kriteria pemberhentian yang digunakan yaitu setelah semua iterasi yang telah ditentukan terpenuhi.

Safety Stock

Safety Stock adalah rata-rata produk yang dijadikan sebagai pengendalian dari risiko. Produk pengendalian ini juga dipengaruhi oleh *service level* yang mengikuti distribusi normal karena *service level* berkaitan erat dengan toleransi yang diberikan perusahaan atas tidak terpenuhinya permintaan produk yang ada. *Lead time* adalah lamanya waktu antara mulai dilakukannya pemesanan bahan baku sampai dengan kedatangan bahan baku yang dipesan tersebut dan diterima di depot persediaan [16]. Rumusan dari total persediaan yang harus dipenuhi adalah *Safety Stock*, Perhitungan untuk mencari jumlah *Safety Stock* adalah sebagai berikut: [11].

$$SS = Z\alpha \times Sdl \quad (13)$$

dan,

$$Sdl = \sqrt{(d^2 \times Sl^2) + (l \times Sd^2)} \quad (14)$$

$$SS = Z\alpha \times \sqrt{(d^2 \times Sl^2) + (l \times Sd^2)} \quad (15)$$

Selanjutnya untuk mencari nilai *Sd* dan *Sl* menggunakan persamaan berikut ini;

$$Sd = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{r-1}} \quad (16)$$

dan,

$$Sl = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2}{r-1}} \quad (17)$$

Keterangan:

- SS* = Persediaan pengaman (*Safety Stock*)
- Zα* = Safety factor untuk resiko out stock
- Sd* = Standar deviasi permintaan perperiode
- Sl* = Standar deviasi *lead Time*
- d_i* = Jumlah permintaan priode ke-*i*
- l_i* = Jumlah lead time priode ke-*i*
- $\bar{d}$ = Rata-rata permintaan
- $\bar{l}$ = Rata-rata *lead time*
- r* = Ukuran sampel

Metode Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data permintaan konsumen, jarak antar konsumen, jarak depot ke konsumen, kapasitas kendaraan PT IAP sebagai salah satu distributor air mineral untuk wilayah Daerah Istimewa Yogyakarta dan lama *lead time*. Diperoleh data dengan jumlah konsumen sebanyak 19, depot sebanyak satu, kapasitas maksimal kendaraan yaitu 60 karton, data *lead time* selama satu sampai tiga hari, serta jarak antar konsumen. Kemudian dapat dilakukan proses perhitungan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Pembentukan Solusi awal (*initial solution*)
Solusi awal pada pendistribusian produk air mineral ini dibentuk menggunakan metode heuristik *Nearest Neighbor* pada TSP.
2. Menentukan solusi *Neighborhood* dengan evaluasi *move*
Pada Algoritma Tabu Search, solusi *Neighborhood* merupakan solusi alternatif yang diperoleh dengan melakukan pertukaran *node (move)*. Setiap perpindahan *node (move)* akan menghasilkan satu solusi *Neighborhood*. Perpindahan *node (move)* dilakukan menggunakan metode heuristik yaitu *Exchange*, *Relocate*, *2-Opt* dan *Cross Exchange*.
3. Analisa solusi optimal VRP menggunakan Algoritma Tabu Search.
Solusi optimal diperoleh menggunakan Algoritma Tabu Search setelah semua iterasi dipenuhi.

Hasil dan Pembahasan

Penerapan Algoritma Tabu Search pada kasus pendistribusian produk air mineral menggunakan data permintaan (Tabel 1) dan jarak (Tabel 2) sebagai berikut:

Tabel 1. Data permintaan konsumen produk air mineral.

No.	Konsumen	Permintaan	No.	Konsumen	Permintaan
1	A01	-	11	A11	1 karton
2	A02	25 karton	12	A12	2 karton
3	A03	6 karton	13	A13	3 karton
4	A04	2 karton	14	A14	2 karton
5	A05	10 karton	15	A15	1 karton
6	A06	11 karton	16	A16	2 karton
7	A07	1 karton	17	A17	2 karton
8	A08	1 karton	18	A18	2 karton
9	A09	1 karton	19	A19	2 karton
10	A10	1 karton	20	A20	2 karton

Tabel 2. Jarak depot ke konsumen dan antar konsumen dalam satuan kilometer.

LOKASI	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20
A01		3,3	17,3	14,7	24,7	18,5	14,3	17,5	16,5	15,8	18,6	33,2	36	21,4	12,3	17,5	6,4	24,7	23,2	25,8
A02			13,9	10,8	21,4	15,2	11	13,6	12,6	11,8	15,3	29,8	32,7	18,1	9	14,2	3	21,3	19,2	22,5
A03				8,9	7	1,4	7,9	1,7	3,1	3,5	1,5	16,5	19,3	5,6	5,3	1,6	11,1	6,9	5,5	8,1
A04					15	9,4	13,6	7,8	6,8	6	9,4	24,4	27,3	15,1	8,1	11,2	8,2	14,9	13,4	16,1
A05						6,2	14,8	7,2	8,6	8,9	6,5	9,5	12,3	5,2	11,9	7,2	17,8	0,034	1,5	1,1
A06							9,2	1,6	3	3,4	0,55	15,7	18,6	6,8	5,7	2,6	12,3	6,2	4,7	7,4
A07								7,9	7,3	8,4	9,4	22,5	25,4	10,6	6,6	8,1	8,1	14,8	13,3	16
A08									1,4	1,7	1,8	16,7	19,5	7,3	4,4	3,4	11,3	7,2	5,7	8,3
A09										0,75	3,2	18,1	20,9	8,7	3,9	4,7	9,7	8,6	7,1	9,7
A10											3,5	18,4	21,3	9,1	4	5,2	9,6	8,9	7,4	10,1
A11												16,2	19	7,1	5,9	3,1	12,4	6,6	5,1	7,8
A12													4,2	11,8	20,9	16,6	27	9,5	11	8,4
A13														14,6	23,7	18,6	29,9	12,4	13,9	11,2
A14															9,1	4	15,2	5,1	3,6	6,1
A15																5,2	6,1	11,6	10,1	12,7
A16																	11,3	7,2	5,7	8,4
A17																		18,3	16	19,5
A18																			1,5	1,2
A19																				2,7
A20																				

Kemudian proses perhitungan Algoritma Tabu Search secara manual dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Langkah pertama yang dilakukan adalah menentukan solusi awal sebagai solusi optimum pada iterasi ke-0 dengan metode *Nearest Neighbor*, diperoleh solusi TSP awal A01-A02-A17-A15-A09-A10-A08-A06-A03-A11-A16-A14-A19-A05-A18-A20-A12-A13-A07-A04-A01. Solusi awal yang diperoleh kemudian dibatasi berdasarkan kapasitas kendaraan dan permintaan konsumen. Jika kapasitas kendaraan sudah tidak dapat memenuhi permintaan konsumen berikutnya maka kendaraan kembali lagi ke depot untuk mengisi muatan dan melanjutkan perjalanan dengan rute yang baru sampai semua *node* dikunjungi. Total permintaan tiap rute merupakan total permintaan tiap konsumen yang sudah dilewati oleh kendaraan pada tiap rute. Total jarak tiap rute merupakan jumlah jarak yang dilalui kendaraan saat mengantarkan pesanan kepada konsumen dalam tiap rute. Diperoleh rute VRP awal pada Tabel 3:

Tabel 3. Solusi awal VRP

Rute	Solusi Awal VRP	Kapasitas	Jarak
1	A01-A02-A17-A15-A09-A10-A08-A06-A03-A11-A16-A14-A19-A01 0+25+2+1+1+1+1+1+6+1+2+2+2+0 3,3+3+6,1+3,9+9,75+1,7+1,6+1,4+1,5+3,1+4+3,6+23,2	55	57,15
2	A01-A05-A18-A20-A12-A13-A07-A04-A01 0+10+2+2+2+3+1+2+0 24,7+0,034+1,2+8,4+4,2+25,4+13,6+14,7	22	92,234
Total		77	149,384

2. Langkah ke-2 yaitu menentukan iterasi selanjutnya dan mencari solusi *Neighborhood* TSP. Solusi *Neighborhood* TSP diperoleh dari *node* yang ditukar dan dihasilkan menggunakan empat metode *Exchange*, *Relocate*, *2-Opt* atau *Cross Exchange* yang dipilih secara random sedemikian sehingga diperoleh solusi *Neighborhood* terbaik. Berikut merupakan salah satu solusi *Neighborhood* TSP yang diperoleh menggunakan metode *Relocated* pada solusi *Neighborhood* TSP ke sebelas.

Tabel 4. Salah satu solusi *Neighborhood* TSP menggunakan metode *Relocated*.

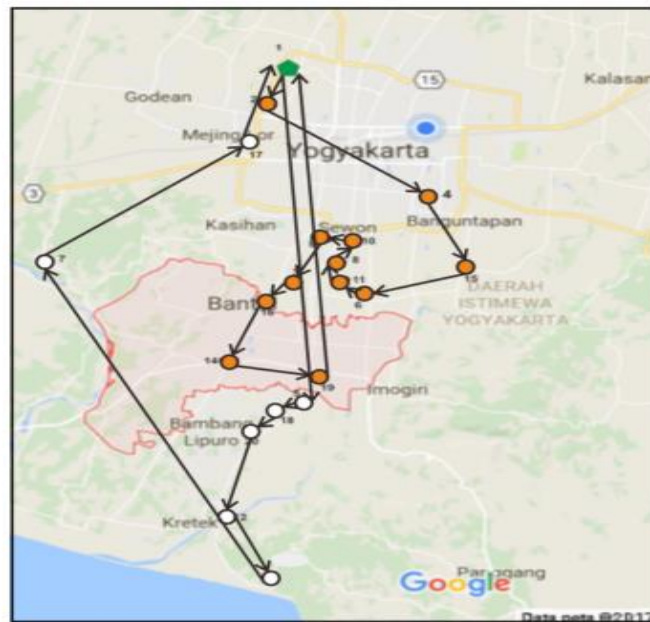
No.	Metode	Solusi Neighborhood TSP	Jarak
11	Relocated	A01-A02-A17-A15-A09-A10-A08-A11-A06-A03-A16-A14-A19-A05-A18-A20-A12-A13-A07-A04-A01	
	A08 A11	3,3+3+6,1+3,9+0,75+1,7+1,8+0,55+1,4+1,6+4+3,6+1,5+0,034+1,2+8,4+4,2+25,4+13,6+14,7	100,734

3. Langkah selanjutnya yaitu memilih solusi terbaik diantara solusi *Neighborhood* yang telah diperoleh pada langkah sebelumnya. Solusi terbaik adalah solusi dengan total jarak terpendek.
4. Setelah diperoleh solusi terbaik pada langkah sebelumnya maka *node* yang telah digunakan dimasukkan kedalam tabu list sehingga tidak akan digunakan pada iterasi selanjutnya.
5. Proses Algoritma Tabu search diulang kembali mulai dari langkah 2 dan akan berhenti ketika kriteria pemberhentian terpenuhi. Diperoleh solusi optimal menggunakan Algoritma Tabu Search kemudian direpresentasikan pada peta Yogyakarta dan sekitarnya.

Tabel 5. Solusi Optimal VRP.

Rute	Solusi terbaik	Kapasitas	Jarak
1	A01-A02-A04-A15-A06-A11-A08-A10-A09-A03-A16-A14-A19-A01	55 karton	60,4 km
2	A01-A05-A18-A20-A12-A13-A07-A17-A01	22 karton	78,834 km
Total		77 karton	138,834 km

Rute terpendek yang diperoleh berdasarkan perhitungan manual yaitu sebesar 138,834 km.



Gambar 1. Rute terpendek yang diperoleh.

Perhitungan sederhana *Safety Stock* dapat membantu menyelesaikan persediaan pengaman yang harus dipersiapkan oleh perusahaan dan mengurangi tingkat kerugian. *Safety Stock* dan CVRP merupakan dua permasalahan yang berbeda, tetapi saling terkait dalam proses pelayanan perusahaan terhadap konsumen.

Proses perhitungan sederhana persediaan pengaman (*Safety Stock*) untuk pendistribusian air mineral Daerah Istimewa Yogyakarta. Asumsi yang digunakan adalah sebagai berikut:

- 1). Menggunakan data laporan pemesanan konsumen sebelumnya.
- 2). *Lead Time* selama 1 sampai 3 hari.
- 3). Tingkat kepercayaan ($Z\alpha$) 95 %

Tabel 6. Data laporan pemesanan.

No	Tanggal	Total	Keterangan
1	07 Agustus 2017	71 karton	Senin pertama
2	14 Agustus 2017	55 karton	Senin kedua
3	21 Agustus 2017	95 karton	Senin ketiga
4	28 Agustus 2017	45 karton	Senin keempat

1. Akan dicari nilai *Safety Stock* dengan *lead time* 3 hari

$$l = 3:3:3:3 \text{ hari}$$

$$\bar{d} = \frac{71+55+95+45}{4}$$

$$\bar{l} = \frac{3+3+3+3}{4}$$

$$\bar{d} = 66,5$$

$$\bar{l} = 3$$

$$d^2 = 4.422,25$$

2. Akan ditentukan standar deviasi *lead time* (Sl)

$$\begin{aligned}
 Sl &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (l_i - \bar{l})^2}{r - 1}} \\
 &= \sqrt{\frac{(3 - 3)^2 + (3 - 3)^2 + (3 - 3)^2 + (3 - 3)^2}{4 - 1}} \\
 &= \sqrt{\frac{0}{3}} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

3. Akan ditentukan standar deviasi permintaan perperiode (Sd)

$$\begin{aligned}
 Sd &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (d_i - \bar{d})^2}{r - 1}} \\
 &= \sqrt{\frac{(71 - 66,5)^2 + (55 - 66,5)^2 + (95 - 66,5)^2 + (45 - 66,5)^2}{4 - 1}} \\
 &= 21,809783737274
 \end{aligned}$$

4. Akan ditentukan standar deviasi permintaan dan *lead time*

$$\begin{aligned}
 Sdl &= \sqrt{(d^2 \times Sl^2) + (l \times Sd^2)} \\
 &= \sqrt{(4.422,25 \times 0) + (3 \times 475,666666666667)} \\
 &= \sqrt{478,666666666667} \\
 &= 21,878452108563
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS &= Z\alpha \times Sdl \\
 &= Z\alpha \times \sqrt{(d^2 \times Sl^2) + (l \times Sd^2)} \\
 &= 1,645 \times 21,8784521085 \\
 &= 35,990053718586
 \end{aligned}$$

Jadi, diperoleh nilai *safety stock* untuk *lead time* berbeda hari adalah 35,9900537185, sehingga dapat disimpulkan untuk total persediaan dengan *lead time* 3 harinya selama satu bulan ± 35 karton. Berdasarkan data informasi yang diperoleh dari perusahaan dapat ditarik kesimpulan bahwa *lead time*

cenderung konstan maka perhitungan sederhana *Safety Stock* akan menghasilkan nilai yang cenderung konstan juga. Berikut merupakan *conter example* untuk perhitungan *Safety Stock*.

1. Akan dicari nilai *Safety Stock* dengan *lead time* berbeda

$$l = 1:2:3:2 \text{ hari}$$

$$\bar{d} = \frac{71+55+95+45}{4}$$

$$\bar{l} = \frac{1+2+3+2}{4}$$

$$\bar{d} = 66,5$$

$$\bar{l} = 2$$

$$d^2 = 4.422,25$$

2. Akan ditentukan standar deviasi *lead time* (*Sl*)

$$\begin{aligned} Sl &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (l_i - \bar{l})^2}{r - 1}} \\ &= \sqrt{\frac{(1 - 2)^2 + (2 - 2)^2 + (3 - 2)^2 + (2 - 2)^2}{4 - 1}} \\ &= \sqrt{0,666666666667} \\ &= 0,81649696580928 \end{aligned}$$

3. Akan ditentukan standar deviasi permintaan perperiode (*Sd*)

$$\begin{aligned} Sd &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (d_i - \bar{d})^2}{r - 1}} \\ &= \sqrt{\frac{(71 - 66,5)^2 + (55 - 66,5)^2 + (95 - 66,5)^2 + (45 - 66,5)^2}{4 - 1}} \\ &= \sqrt{475,666666666667} \\ &= 21,809783737274 \end{aligned}$$

4. Akan ditentukan standar deviasi permintaan dan *lead time*

$$\begin{aligned} Sdl &= \sqrt{(d^2 \times Sl^2) + (l \times Sd^2)} \\ &= \sqrt{(4.422,25 \times 0,81649696580928) + (2 \times 475,666666666667)} \\ &= \sqrt{(3.610,75200500885) + (2 \times 475,666666666667)} \\ &= \sqrt{4.088,41867167552} \\ &= 63,940743440122 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS &= Z\alpha \times Sdl \\
 &= Z\alpha \times \sqrt{(d^2 \times Sl^2) + (l \times Sd^2)} \\
 &= 1,645 \times 63,940743440122 \\
 &= 105,182522959001
 \end{aligned}$$

Jadi, diperoleh nilai *safety stock* untuk *lead time* berbeda hari adalah 105,182522959001, sehingga dapat disimpulkan untuk total persediaan dengan *lead time* yang harinya berbeda selama satu bulan 105 karton.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan tentang aplikasi Algoritma Tabu Search dan *Safety Stock* pada penentuan rute distribusi air mineral wilayah Daerah Istimewa Yogyakarta dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Proses perhitungan Algoritma Tabu Search terdiri dari Lima langkah. Langkah pertama yaitu menentukan solusi awal sebagai iterasi 0 dan menetapkan nilai solusi awal sebagai nilai solusi optimum sementara. Langkah kedua yaitu mencari solusi *Neighborhood* (solusi alternatif) yang tidak melanggar tabu atau memenuhi kriteria aspirasi. Langkah ketiga yaitu memilih solusi terbaik diantara solusi *Neighborhood* pada tiap iterasi yang akan disimpan sebagai solusi optimum. Langkah keempat yaitu memperbarui Tabu List dengan memasukkan *node* yang telah digunakan pada pertukaran *node* di langkah ketiga. Langkah terakhir yaitu apabila kriteria pemberhentian dipenuhi maka proses perhitungan Algoritma Tabu Search berhenti dan diperoleh solusi terbaik (optimum), jika tidak dipenuhi maka proses kembali berulang dimulai pada langkah kedua.
2. Pada kasus perusahaan air mineral diperoleh solusi terbaik (optimum) dengan menggunakan Algoritma Tabu Search. Jarak terpendek yang diperoleh menggunakan perhitungan manual adalah 138,834 km. Berdasarkan hasil perhitungan dihasilkan solusi rute:

Tabel 6. Solusi rute terbaik (optimum).

Rute	Solusi terbaik	Kapasitas	Jarak
1	A01-A02-A04-A15-A06-A11-A08-A10-A09-A03-A16-A14-A19-A01	55 karton	60,4 km
2	A01-A05-A18-A20-A12-A13-A07-A17-A01	22 karton	78,834 km
Total		77 karton	138,834 km

3. Nilai *Safety Stock* yang diperoleh dengan kasus perusahaan air mineral yang mengalami *lead time* satu sampai tiga hari adalah penambahan ± 35 karton di gudang sebagai *Safety Stock* selama satu bulan.

Referensi

- [1] Alkallak, Isra Natheer, & Shaban, Ruqaya Z. 2008. *Tabu Search Method For Solving The Traveling Salesman Problem*. Raf. J. of Comp. & Maths. 5:141-153
- [2] Al-Mahally, Imam Jalaluddin & Imam Jalaluddin As-suyutti. 1990. *Tafsir Jalalain Berikut Asbab Annujulnya*, Jilid I. Bandung: Penerbit Sinar Baru.
- [3] Ballou, Ronald H. 2006. *Bussiness Logistic Management*. United State: Prenticehall.
- [4] Christopher, Martin. 2011. *Logistics & Supply Chain Management Fourt Edition*. United Stated of America: Prentice Hall, Inc.
- [5] Cordeau, J.F., Laporte, G., Savelsbergh, M.W., et al. 2002. *Vehicle Routing*. Handbook on OR & MS.
- [6] Gendreau, M. Hertz, A. G. Laporte. 1994. *A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem*. Management Science.
- [7] Glover, F & Kochenberger, G.A. (Eds). 2003. *Handbook of Metaheuristics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- [8] Glover, F & Laguna, M. 1997. *Tabu Search*. Massachusetts: Kluwer Academic Publisher.
- [9] Glover, F & Marti, R. 2006. *Metaheuristic Produres for Training Neural Networks*. Alba and Marti (Eds.).Springer.

- [10] Gooddairrie, Edgar G. & Parmenter, Michael M. 2002. *Discrete Mathematics with Graph Theory Second Edition*. United States of America: Prentice-Hall, Inc.
- [11] Heyzer, Jay & Barry, Render. 2005. *Operation management*, 7 Th edition. Jakarta: Penerbit salemba empat.
- [12] Kallehauge, B., J. Larsen, dan O.B.G. Madsen. 2001. *Lagrangean duality applied on vehicle routing problem with time windows*. Technical Report. IMM. Technical University of Denmark.
- [13] Kismono, Gugup. 2001. *Pengantar bisnis*, Edisi pertama. Yogyakarta: BPFE. Indonesia.
- [14] Kusumadewi, S., & Purnomo, H. 2005. *Penyelesaian Masalah Optimasi dengan Teknik-Teknik Heuristik*. Yogyakarta: Graha Ilmu. Indonesia.
- [15] Manongga, Danny dan Nataliani, Yessica. 2013. *Matematika Diskrit*. Jakarta: Prenadamedia Group. Indonesia.
- [16] Nasution, Arman & Prasetyawan, Yudha. 2008. *Perencanaan Dan Pengendalian Produksi*. Yogyakarta: Graha Ilmu Indonesia.
- [17] Nurmatias. 2010. *Penentuan Stock Material Chemical dengan Simulasi Monte Carlo*. Jurnal Universitas Islam Indonesia. Yogyakarta.
- [18] Pakpahan, Efendi. 2009. *Manajemen Pemasaran*. Yogyakarta: BPFE. Indonesia.
- [19] Parwadi, Moengin. 2011. *Metode Optimasi*. Bandung: Muara Indah. Indonesia.
- [20] Raditya, Aji. 2009. Penggunaan Metode Heuristik dalam Permasalahan Vehicle Routing Problem dan Implementasinya di PT Nippon Indosari Corpindo. Skripsi, tidak diterbitkan, Institut Pertanian Bogor.
- [21] Rahmat, Basuki. 2011. *Perbandingan Genetic Algorithm, Multiple Ant Colony System, dan Tabu Search untuk Penyelesaian Vehicle Routing Problem With Time Windows (VRPTW)*. Jawa Timur.
- [22] Rosen, Kenneth H. 2012. *Discrete Mathematics and Its Application Seventh Edition*. New York: Mc-Graw-Hill.
- [23] Salaki, D.T. 2009. Penyelesaian vehicle routing problem menggunakan beberapa metode heuristic konstruktif. Tesis. Bogor. Sekolah pasca sarjana institute pertanian.
- [24] Siregar, W.D. 2012. Analisis kualitas Fisik, Biologi, dan Kimia pada Air Minum dalam Kemasan berbagai merk yang dijual di Kota Medan. Fakultas kesehatan masyarakat. Universitas Sumatera utara. Medan.
- [25] Solomon, M & Desrosiers, J. 1988. *Time window constrained routing and scheduling Problems*. Transportation science.
- [26] Sulistiono. 2015. *Rancang Bangun Vehicle Routing Problem Menggunakan Algoritma Tabu Search*. Skripsi, tidak diterbitkan. UIN Sunan Kalijaga: Yogyakarta.
- [27] Suyanto. 2010. *Algoritma Optimasi Deterministik atau Probabilitik*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- [28] Taha, H. A. 2003. *Operations Research: An Introduction seventh Edition*. Prentice Hall, Inc.
- [29] Tarantilis, C. D., Ioannou, G., Kiranoudis, C. T., dan Prasadacos, G. P. 2005. *Solving the open vehicle routing problem via single parameter meta-heuristic algorithm*. Journal of the Operational research Society.
- [30] Tjiptono, Fandy. 2008. *Strategi Pemasaran*. Yogyakarta: Penerbit Andi. Indonesia.
- [31] Tonci Caric, Hrvoje Gold. 2008. *Vehicle Routing Problem*. University of Zagreb: In-teh Croatia.
- [32] Toth, P., & Vigo. D. 2002. *Vehicle Routing Problem, Methods, and Applications Second Edition*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.