Optimasi Multi Objektif Pada Pemilihan Portofolio Saham Syariah Menggunakan *Compromise Programming* (CP) dan *Nadir Compromise Programming* (NCP)

Tri Anton Saputro dan Mohammad Farhan Qudratullah

Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Kalijaga, Jl. Marsda Adisucipto No. 1 Yogyakarta, Indonesia

Korespondensi; Tri Anton Saputro, Email: triantonsaputro@gmail.com

Abstrak

Portofolio saham merupakan sekumpulan aset investasi berupa saham yang dibentuk oleh para investor. Tujuan investor membentuk portofolio antara lain untuk mendapatkan pengembalian atau *return* yang tinggi dengan risiko yang rendah. Untuk mendapatkan portofolio yang optimal maka dilakukan optimasi pada beberapa faktor investasi yaitu mengoptimalkan risiko, memaksimalkan *expected return* dan meminimalkan modal investasi. Dalam penelitian ini dilakukan pembentukan portofolio menggunakan metode *Compromise Programming* (CP) dan *Nadir Compromise Programming* (NCP). Model CP dibentuk berdasarkan dari kemungkinan solusi terbaik, sedangkan model NCP dibentuk berdasarkan dari kemungkinan solusi terburuk. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa metode NCP lebih baik dibandingkan dengan metode CP karena risiko yang optimal dapat diperoleh pada metode NCP.

Kata Kunci: Portofolio Saham; Optimasi Multiobjektif; Compromise Programming; Nadir Compromise Programming

Abstract

The stock portfolio is a set of investment assets in the form of shares formed by investors. The purpose of investors to form a portfolio is to get a high return with low risk. To get an optimal portfolio, optimization is done on several investment factors that are optimizing risk, maximizing expected return and minimizing investment capital. In this research, the formation of a portfolio using Compromise Programming (CP) and Nadir Compromise Programming (NCP) method. The CP model is formed based on the best possible solution, while the NCP model is formed based on the worst possible solution. The results of this research indicate that NCP method is better than CP method because optimal risk can be obtained by the NCP method.

Keywords: Stock Portfolio; Multi-objective Optimization; Compromise Programming; Nadir Compromise Programming

Pendahuluan

Investasi adalah komitmen atas sejumlah dana atau sumber daya lainnya yang dilakukan pada saat ini, dengan tujuan memperoleh sejumlah keuntungan di masa datang [1]. Pihak-pihak yang melakukan investasi disebut dengan investor. Investor dapat melakukan investasi baik dalam sektor riil maupun sektor keuangan. Investasi sektor keuangan yang saat ini sedang diminati banyak kalangan yaitu investasi saham di pasar modal. Saham dapat didefinisikan sebagai tanda penyertaan modal seseorang atau pihak (badan usaha) dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas. Dengan menyertakan modal tersebut, maka pihak tersebut memiliki klaim atas pendapatan perusahaan, klaim atas aset perusahaan, dan berhak hadir dalam Rapat Umum Pemegang Saham (RUPS) [2].

Di Indonesia sendiri terdapat indeks saham syariah yang tergabung dalam *Jakarta Islamic Index* (JII). JII adalah salah satu indeks saham di Indonesia yang menghitung indeks harga rata-rata saham untuk jenis saham-saham yang memenuhi kriteria syariah.

Tujuan para investor berinvestasi pastinya ingin mendapatkan *return* atau pengembalian yang maksimal dengan risiko yang minimal. Untuk mencapai itu investor dapat melakukan diversifikasi atau penyebaran investasi pada beberapa perusahaan dengan membentuk suatu portofolio saham. Portofolio adalah suatu gabungan dari berbagai instrumen atau saham yang disusun untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal, jadi jika dirumuskan secara matematis dalam suatu model investasi terdapat dua fungsi tujuan yang dipertimbangkan oleh investor yaitu memaksimalkan *return* dan meminimalkan risiko [3].

Portofolio dibentuk agar investasinya memberikan keuntungan tertentu dengan risiko yang kecil atau yang dapat ditanggungsnya, dengan kata lain portofolio tersebut haruslah portofolio yang optimal dan efisien. Untuk membentuk portofolio yang optimal dan efisien investor harus melakukan analisis terhadap portofolio tersebut. Banyak cara atau teknik analisis yang bisa digunakan salah satunya dengan optimasi multiobjektif.

Dalam jurnal *Expert Systems with Applications* 38 tahun 2011 hal. 7222-7226 yang berjudul *Nadir Compromise Programming: A model for optimization of multi-objective portofolio problem* menjelaskan tentang optimasi portofolio menggunakan metode *compromise programming* dan *nadir compromise programming* pada 35 saham di Iran [4] serta penelitian yang dilakukan oleh Halwa Annisa yang berjudul *Perbandingan Compromise Programming dan Nadir Compromise Programming untuk Optimasi Multi-Objective Pada Pemilihan Portofolio Saham* yang menjelaskan tentang optimasi portofolio menggunakan metode *compromise programming* dan *nadir compromise programming* pada 25 saham di Indonesia. Dengan latar belakang masalah yang ada serta acuan penelitian sebelumnya penulis mengambil judul *Optimasi Multi Objektif Pada Pemilihan Portofolio Saham Syariah Menggunakan Compromise Programming Dan Nadir Compromise Programming*. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah 30 saham yang terdaftar dalam Jakarta Islamic Index (JII) periode 1 April 2015 sampai 31 Mei 2017.

Landasan Teori

Saham Syariah

Saham syariah adalah sertifikat yang menunjukkan bukti kepemilikan suatu perusahaan yang diterbitkan oleh emiten yang kegiatan usaha maupun cara pengelolaannya tidak bertentangan dengan prinsip syariah [5].

Jakarta Islamic Index (JII)

JII adalah salah satu indeks saham di Indonesia yang menghitung indeks harga rata-rata saham untuk jenis saham-saham yang memenuhi kriteria syariah. JII didirikan untuk meningkatkan kepercayaan investor dalam melakukan investasi pada saham berbasis syariah dan memberikan manfaat bagi pemodal dalam menjalankan syariah Islam dan untuk melakukan investasi di bursa efek [6].

Return dan Expected Return

Perhitungan return realisasi ini ada dua jenis yaitu diskret dan kontinu. Return diskret dirumuskan sebagai:

$$R_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} \quad (1)$$

Dengan R_t adalah tingkat pengembalian (*return*) saham saat ke- t , dan S_t adalah harga saham pada saat ke- t . Sedangkan untuk menghitung *return* kontinu digunakan rumus:

$$R_i = \ln \left(\frac{S_i}{S_{i-1}} \right) \quad (2)$$

Untuk mencari *expected return* digunakan rumus:

$$E(R_i) = \frac{\sum_{j=1}^N R_{ij}}{N} \quad (3)$$

Dengan $E(R_i)$ adalah *return* yang diharapkan pada saham i , R_{ij} adalah *return* saham i pada saat ke- j dan seterusnya, dan N adalah jumlah periode melakukan pengamatan.

Variansi dan Standar Deviasi

Variansi merupakan ukuran dalam perhitungan risiko saham dengan melihat *return*, *expected return*, dan jumlah periode dilakukan pengamatan harga saham. Variansi dari sejumlah N data *return*, dirumuskan dalam persamaan [7]:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^N \frac{(R_{ij} - E(R_i))^2}{N} \quad (4)$$

Dengan σ_i^2 adalah nilai variansi saham i . Deviasi standar adalah ukuran dalam perhitungan risiko saham dan merupakan akar kuadrat dari variansi. Deviasi standar pada saham i dinotasikan dengan σ_i .

Kovarian

Kovarian adalah pengukur untuk menunjukkan arah pergerakan dari dua variabel. Kovarian dirumuskan sebagai [8]:

$$\text{Cov}(R_i, R_m) = \sum_{j=1}^N \frac{(R_{ij} - E(R_i))(R_{mj} - E(R_m))}{N} \quad (5)$$

Dengan R_i adalah *return* saham i dan R_m adalah *return* pasar.

Koefisien Risiko (Beta Saham)

Risiko dalam investasi yang akan ditanggung oleh investor dapat dilihat dari koefisien risiko saham. Untuk mencari koefisien risiko dapat digunakan rumus [8]:

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\sigma_m^2} \quad (6)$$

Compromise Programming

Metode *Compromise Programming* (CP) diperkenalkan oleh Zeleny pada tahun 1974. Metode CP merupakan sebuah metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan multiobjektif untuk mencari solusi kompromi terbaik dalam mengoptimalkan dua atau lebih fungsi objektif.

Fungsi tujuan ke- k , $k \in \mathbb{N}$ pada metode CP di definisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_k: S &\rightarrow \mathbb{R} \\ f_k: x &\rightarrow f_k(x), \forall x \in S \end{aligned}$$

Fungsi tujuan ke- k dari semesta S ke himpunan semua bilangan real $\mathbb{R}$. Selanjutnya untuk penulisan $f_k(x)$ disingkat f_k .

Dalam metode CP, apabila fungsi tujuannya adalah mengoptimalkan f_i , meminimalkan f_j , dan memaksimalkan f_k secara berturut-turut ditulis [4]:

$$\text{Optimisasi } f_i (i = 1, 2, 3, \dots, A)$$

$$\begin{aligned} \text{Min } f_j (j = 1, 2, 3, \dots, B) \\ \text{Max } f_k (k = 1, 2, 3, \dots, C) \\ A, B, C \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Maka model dari CP dari ketiga fungsi tujuan tersebut secara berturut-turut dengan mempertimbangkan bobot dari fungsi tujuan (w) dapat dirumuskan:

1. Mengoptimalkan fungsi tujuan f_i

$$\text{Min } \left\{ \sum_{i=1}^A w_i (\delta_i^+ + \delta_i^-)^p \right\}^{\frac{1}{p}} \quad (7.a)$$

Dengan kendala

$$\begin{aligned} f_i + \delta_i^- + \delta_i^+ &= f_{(i)} \\ i &= 1, 2, \dots, A \\ \delta_i^+, \delta_i^- &\geq 0 \end{aligned}$$

2. Meminimalkan fungsi tujuan f_j

$$\text{Min } \left\{ \sum_{j=1}^B w_j (\delta_j^+)^p \right\}^{\frac{1}{p}} \quad (7.b)$$

Dengan kendala

$$\begin{aligned} f_j - \delta_j^+ &= f_j^{\min} \\ \delta_j^+ &\geq 0, j = 1, 2, \dots, B \end{aligned}$$

3. Memaksimalkan fungsi tujuan f_k

$$\text{Min } \left\{ \sum_{k=1}^C w_k (\delta_k^-)^p \right\}^{\frac{1}{p}} \quad (7.c)$$

Dengan kendala

$$\begin{aligned} f_k + \delta_k^- &= f_k^{\max} \\ \delta_k^- &\geq 0, k = 1, 2, \dots, C \end{aligned}$$

dengan $f_{(i)}$ adalah nilai fungsi sasaran dari tujuan ke- i , $f_j^{\min}$ adalah nilai ideal minimum dari fungsi tujuan ke- j , $f_k^{\max}$ adalah nilai ideal maksimum dari fungsi tujuan ke- k , δ_i^- adalah nilai deviasi negatif ke- i , δ_i^+ adalah nilai deviasi positif ke- i , δ_j^+ adalah nilai deviasi positif ke- j , δ_k^- adalah nilai deviasi negatif ke- k , P adalah nilai parameter, dan A, B, C adalah banyaknya fungsi tujuan.

Dengan demikian model CP untuk mengoptimalkan fungsi tujuan A, meminimalkan fungsi tujuan B dan memaksimalkan fungsi tujuan C secara umum dapat dirumuskan sebagai [4]:

$$\text{Min } \left\{ \sum_{a=1}^A w_a (\delta_a^+ + \delta_a^-)^p + \sum_{b=1}^B w_b (\delta_b^+)^p + \sum_{c=1}^C w_c (\delta_c^-)^p \right\}^{\frac{1}{p}} \quad (8)$$

Dengan kendala

$$\begin{aligned} f_a + \delta_a^- - \delta_a^+ &= f_{(a)} \\ f_b - \delta_b^+ &= f_b^{\min} \\ f_c + \delta_c^- &= f_c^{\max} \\ f_{(a)} &\in \mathbb{R} \\ \delta_a^+, \delta_a^-, \delta_b^+, \delta_c^- &\geq 0 \end{aligned}$$

$$a = 1, 2, \dots, A; b = 1, 2, \dots, B; c = 1, 2, \dots, C$$

Dengan

$$\sum_{a=1}^A w_a + \sum_{b=1}^B w_b + \sum_{c=1}^C w_c = 1 (w_a, w_b, w_c > 0)$$

Nadir Compromise Programming

Metode *Nadir Compromise Programming* (NCP) merupakan pengembangan dari metode CP. Metode NCP ini pertama kali dipublikasikan pada tahun 2011 oleh Amiri *et al.* [4]. Berikut rincian dasar dari metode NCP [4]

1. Apabila optimisasi fungsi tujuan berdasarkan pada nilai fungsi sasaran ke- k , maka ditulis:

$$\text{Optimisasi } f_i (i = 1, 2, \dots, A)$$

Apabila $f_i \in \mathbb{R}$ adalah nilai fungsi sasaran dari tujuan ke- i dan A adalah banyaknya fungsi tujuan, maka pada NCP hubungan antara fungsi tujuan ke- i dan pembatas adalah:

$$f_i = f_{(i)}$$

Oleh sebab itu, pertidaksamaan dua sisi pembatas tersebut dapat dikonversikan sebagai dua pembatas $f_{(i)} \geq f_i$ dan $f_{(i)} \leq f_i$. Model NCP pada kondisi ini dengan mempertimbangkan bobot dari fungsi tujuan (w_i), dapat dirumuskan sebagai:

$$\text{Min} \left\{ \sum_{i=1}^A w_i (\delta_i^+ + \delta_i^-)^P \right\}^{\frac{1}{P}} \quad (9.a)$$

Dengan kendala

$$\begin{aligned} f_i - \delta_i^+ &= f_{(i)} \\ f_i + \delta_i^- &= f_{(i)} \\ i &= 1, 2, \dots, A \\ \delta_i^+, \delta_i^- &\geq 0 \end{aligned}$$

2. Apabila tujuannya meminimalkan f_j berdasarkan pada nilai nadir ke- j , maka:

$$\text{Min } f_j (j = 1, 2, \dots, B)$$

Misalkan f_{j*} adalah nilai nadir dari tujuan ke- j , maka fungsi kendala untuk tujuan ke- j dalam metode NCP adalah $f_{j*} \geq f_j$. Oleh karena itu, model NCP pada kondisi ini dengan mempertimbangkan bobot dari fungsi tujuan (w_j), dirumuskan sebagai:

$$\text{Min} \left\{ \sum_{j=1}^B w_j (-\delta_j^-)^P \right\}^{\frac{1}{P}} \quad (9.b)$$

Dengan kendala

$$\begin{aligned} f_j + \delta_j^- &= f_{j*} \\ \delta_j^- &\geq 0, j = 1, 2, \dots, B \end{aligned}$$

3. Apabila tujuannya adalah untuk memaksimalkan f_k berdasarkan pada nilai nadir ke- k , maka:

$$\text{Min } f_k (k = 1, 2, \dots, C)$$

dengan kendala untuk tujuan ini adalah $f_k \geq f_{k*}$. Dengan demikian model NCP dengan mempertimbangkan bobot dari fungsi tujuan (w_k), dapat dirumuskan sebagai:

$$\text{Min } \left\{ \sum_{k=1}^C w_k (-\delta_k^+)^P \right\}^{\frac{1}{P}} \quad (9.c)$$

dengan kendala

$$\begin{aligned} f_k - \delta_k^+ &= f_{k*} \\ \delta_k^+ &\geq 0, k = 1, 2, \dots, C \end{aligned}$$

Dengan demikian model NCP untuk mengoptimalkan fungsi tujuan A, meminimalkan fungsi tujuan B dan memaksimalkan fungsi tujuan C secara umum dapat dirumuskan sebagai [4]:

$$\text{Min } \left\{ \sum_{a=1}^A w_a (\delta_a^+ + \delta_a^-)^P + \sum_{b=1}^B w_b (-\delta_b^-)^P + \sum_{c=1}^C w_c (-\delta_c^+)^P \right\}^{\frac{1}{P}} \quad (10)$$

Dengan kendala

$$\begin{aligned} f_a - \delta_a^+ &= f_{(a)} \\ f_a + \delta_a^- &= f_{(a)} \\ f_b + \delta_b^- &= f_{b*} \\ f_c - \delta_c^+ &= f_{c*} \\ f_{(a)} &\in \mathbb{R} \\ \delta_a^+, \delta_a^-, \delta_b^-, \delta_c^+ &\geq 0 \\ a &= 1, 2, \dots, A; b = 1, 2, \dots, B; c = 1, 2, \dots, C \end{aligned}$$

dengan

$$\sum_{a=1}^A w_a + \sum_{b=1}^B w_b + \sum_{c=1}^C w_c = 1 (w_a, w_b, w_c > 0)$$

Metode Analisis Data

Data yang sudah terkumpul selanjutnya dianalisis hingga diperoleh kesimpulan akhir. Adapun langkah-langkah analisis dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Perhitungan *Return*, *Expected Return*, Risiko, dan Rasio Setiap Saham

Data penelitian ini adalah harga saham mulai dari bulan Juni 2015 sampai dengan Mei 2017. Pengembalian atau *return* saham adalah sama dengan perubahan nilai saham dalam kurun waktu tertentu dibagi dengan nilai awal saham. Jika nilai *return* positif berarti saham tersebut memberikan keuntungan kepada kita, sebaliknya jika nilai *return* negatif maka saham tersebut memberikan kerugian kepada kita. Sedangkan *expected return* merupakan *return* ekspektasi yang bisa kita dapatkan dengan menggunakan persamaan (3).

Setelah menghitung *expected return* masing-masing saham, kemudian dipilih saham-saham dengan nilai *expected return* yang positif. Selanjutnya hitung pula koefisien risiko dari masing-masing saham tersebut. Namun sebelum menghitung koefisien risiko, terlebih dahulu menghitung

return pasar atau tingkat pengembalian pasar yang diwakili oleh *Jakarta Islamic Index*. Selanjutnya menghitung kovarian antara *return* saham dan *return* pasar yang bisa diperoleh dari persamaan (5). Langkah selanjutnya yaitu menghitung varian pasar menggunakan persamaan (4).

Setelah memperoleh nilai kovarian saham-*return* pasar dan varian pasar, kita bisa mencari nilai koefisien risiko. Koefisien risiko didapatkan dengan membandingkan kovarian saham-*return* pasar dengan varian pasar. Perhitungan koefisien risiko menggunakan persamaan (6). Setelah diperoleh risiko dari tiap-tiap saham, kemudian saham-saham tersebut dihitung rasionya dengan menggunakan persamaan:

$$Rasio = \frac{E(R_i)}{\beta} \quad (11)$$

setelah itu dipilih 6 saham dengan nilai rasio terbesar. Keenam saham inilah yang dipilih untuk pembentukan portofolio.

2. Perumusan Fungsi Tujuan dan Fungsi Kendala

Hal-hal yang diperhatikan pada optimasi portofolio ini adalah *expected return*, koefisien risiko, dan modal dana investasi. Sedangkan variabel *output*-nya adalah proporsi dana yang diinvestasikan pada masing-masing saham yang dilambangkan dengan x_i . Artinya x_i adalah proporsi dana yang diinvestasikan pada saham ke- i dengan $i = 1, 2, 3, \dots, 6$.

3. Menentukan Nilai Ideal dan Nilai Nadir dari *Expected Return* dan Dana Investasi

Nilai ideal adalah nilai yang diperoleh dari kemungkinan solusi yang terbaik dan selanjutnya digunakan untuk membentuk model optimasi *Compromise Programming*, sedangkan nilai nadir adalah lawan dari nilai ideal. Nilai nadir diperoleh dari kemungkinan solusi terburuk dan selanjutnya digunakan untuk membentuk model optimasi *Nadir Compromise Programming* [3].

4. Perhitungan Proporsi Dana, *Return*, dan Risiko Menggunakan *Compromise Programming* dan *Nadir Compromise Programming* dengan bantuan *software* LINGO 14.

Hasil dan Pembahasan

Perhitungan Return dan Expected Return

Dari 30 saham yang terdaftar dalam *Jakarta Islamic Index* periode 1 April 2015 sampai 31 Mei 2017, dihitung nilai *return* dan *expected return* masing-masing saham. Setelah didapat nilai *expected return* masing-masing saham, kemudian dipilih saham-saham dengan nilai *expected return* yang positif.

Tabel 1 Nilai *Expected Return* Masing-masing Saham.

No.	Nama Saham	$E(R)$	No.	Nama Saham	$E(R)$
1	AALI	-0.000845223	16	MIKA	-0.002675028
2	ADHI	0.000136863	17	MYRX	-0.002169511
3	ADRO	0.002000920	18	PGAS	-0.001222401
4	AKRA	0.000834883	19	PTBA	0.000904058
5	ANTM	0.001502751	20	PTPP	-0.000060407
6	ASII	0.000485666	21	PWON	0.000860564
7	BSDE	-0.000102905	22	SILO	-0.000079799
8	ICBP	-0.000695727	23	SMGR	-0.000570847
9	INCO	-0.000279917	24	SMRA	-0.000312429
10	INDF	0.000808857	25	SSMS	0.000098408
11	INTP	-0.000070597	26	TLKM	0.001237858
12	KLBF	-0.000211329	27	UNTR	0.001035502
13	LPKR	-0.001524755	28	UNVR	0.0006648496
14	LPPF	-0.000264102	29	WIKA	-0.000517667
15	LSIP	0.000270750	30	WSKT	0.001099253

Tabel 2 Saham-saham dengan Nilai **Expected Return** Positif.

No.	Nama Saham	$E(R)$	No.	Nama Saham	$E(R)$
1.	ADHI	0.000136863	8.	PTBA	0.000904058
2.	ADRO	0.002000920	9.	PWON	0.000860564
3.	AKRA	0.000834883	10.	SSMS	0.000009841
4.	ANTM	0.001502751	11.	TLKM	0.001237858
5.	ASII	0.000485666	12.	UNTR	0.001035502
6.	INDF	0.000808857	13.	UNVR	0.000648496
7.	LSIP	0.000270750	14.	WSKT	0.001099253

Perhitungan Koefisien Risiko

Sebelum mendapatkan koefisien risiko masing-masing saham, terlebih dahulu hitung *return* pasar atau tingkat pengembalian pasar. *Return* pasar diwakili oleh *Jakarta Islamic Index*. Selanjutnya menghitung kovarian antara *return* saham dan *return* pasar yang bisa diperoleh dari persamaan (8). Nilai kovarian-*return* pasar disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 3 Nilai Kovarian Saham-*Return* Pasar.

No.	Nama Saham	$Cov(R_i, R_m)$	No.	Nama Saham	$Cov(R_i, R_m)$
1	ADHI	0.000237858	8.	PTBA	0.000435839
2	ADRO	0.000443826	9.	PWON	0.000280436
3	AKRA	0.000071728	10.	SSMS	0.000075582
4	ANTM	0.000560778	11.	TLKM	0.000178410
5	ASII	0.000324014	12.	UNTR	0.000203771
6	INDF	0.000338311	13.	UNVR	0.000241746
7	LSIP	0.000287606	14.	WSKT	0.000246239

Langkah selanjutnya adalah menghitung varian pasar menggunakan persamaan (9). Sehingga dari persamaan tersebut diperoleh nilai varian pasar sebesar 0.000249715. Setelah diketahui nilai varian *return* pasar dan kovarian antara masing-masing saham dengan *return* pasar, maka dapat dihitung koefisien risiko masing-masing saham. Nilai koefisien risiko masing-masing saham didapatkan dengan menggunakan persamaan (10). Koefisien masing-masing saham disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 4 Nilai Koefisien Risiko Saham.

No.	Nama Saham	β	No.	Nama Saham	β
1	ADHI	0.952517115	8.	PTBA	1.745348694
2	ADRO	1.777333089	9.	PWON	1.123024912
3	AKRA	0.287239332	10.	SSMS	0.302671848
4	ANTM	2.245674079	11.	TLKM	0.714457160
5	ASII	1.297537895	12.	UNTR	0.816014502
6	INDF	1.354790515	13.	UNVR	0.968089868
7	LSIP	1.151739949	14.	WSKT	0.986079394

Perhitungan Rasio Saham

Setelah diketahui *expected return* dan risiko masing-masing saham, kemudian dihitung rasio dari tiap-tiap saham tersebut dengan cara membandingkan antara *expected return* dan risiko. Rasio saham-saham tersebut disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 5 Rasio Saham.

No.	Nama Saham	$\frac{E(R)}{\beta}$	No.	Nama Saham	$\frac{E(R)}{\beta}$
1.	ADHI	0.000143686	8.	PTBA	0.000517981
2.	ADRO	0.001125799	9.	PWON	0.000766291
3.	AKRA	0.002906576	10.	SSMS	0.000032513
4.	ANTM	0.000669176	11.	TLKM	0.001732585
5.	ASII	0.000374298	12.	UNTR	0.001268975
6.	INDF	0.000597035	13.	UNVR	0.000669872
7.	LSIP	0.000235079	14.	WSKT	0.001114771

Setelah didapat nilai rasio setiap saham, kemudian dipilih 6 saham dengan rasio tertinggi yang sekaligus digunakan untuk pembentukan portofolio. Keenam saham tersebut disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 6 Saham-Saham Untuk Pembentukan Portofolio.

No.	Nama Saham	<i>Expected Return</i>	Risiko	<i>Closing Price</i>
1.	ADRO	0.002000920	1.777333089	1520
2.	AKRA	0.000834883	0.287239332	6625
3.	PWON	0.000860564	1.123024912	610
4.	TLKM	0.001237858	0.714457160	4350
5.	UNTR	0.001035502	0.816014502	27775
6.	WSKT	0.001099253	0.986079394	2380

Perumusan Fungsi Tujuan dan Fungsi Kendala

Model optimasi portofolio terdiri dari tiga aspek yaitu risiko, *expected return* dan modal investasi. Sedangkan variabel keputusannya adalah mendapatkan proporsi dana yang akan diinvestasikan pada masing-masing saham. Pendefinisian variabel keputusannya adalah sebagai berikut:

Tabel 7 Pendefinisian Variabel Keputusan.

Variabel	Kode	Nama Saham
x_1	ADRO	Adaro Energy Tbk.
x_2	AKRA	AKR Corporindo Tbk.
x_3	PWON	Pakuwon Jati Tbk.
x_4	TLKM	Telekomunikasi Indonesia Tbk.
x_5	UNTR	United Tractors Tbk.
x_6	WSKT	Waskita Karya (Persero) Tbk.

Penentuan fungsi tujuan portofolio mempertimbangkan tiga aspek yaitu *expected return*, risiko, dan modal investasi yang dirumuskan sebagai berikut:

1. Fungsi tujuan optimum risiko

$$Opt f_1 = \sum_{i=1}^6 \beta_i x_i \quad (12)$$

2. Fungsi tujuan maksimasi *expected return*

$$Max f_2 = \sum_{i=1}^6 E(R_i) x_i \quad (13)$$

3. Fungsi tujuan minimasi modal investasi

$$\text{Min } f_3 = \sum_{i=1}^6 P_i x_i \quad (14)$$

Dalam memenuhi tujuan optimasi portofolio tersebut, ada beberapa kendala yang harus dipenuhi, antara lain:

1. Fungsi kendala jumlah proporsi dana

$$\sum_{i=1}^6 x_i = 1 \quad (15)$$

2. Fungsi kendala batas bawah dan batas atas dana yang diinvestasikan

$$0 \leq x_i \leq 0,8, i = 1, 2, \dots, 6 \quad (16)$$

Nilai Ideal dan Nilai Nadir Expected Return Portofolio

Untuk portofolio yang terdiri dari 6 saham, maka nilai ideal *expected return* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Max } 0.002000920x_1 + 0.000834883x_2 + 0.000860564x_3 + 0.001237858x_4 + 0.001035502x_5 + 0.001099253x_6$$

Dengan kendala

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 &= 1 \\ 0 \leq x_i &\leq 0,8, i = 1, 2, \dots, 6 \end{aligned} \quad (17)$$

Dengan f_2 adalah nilai ideal *expected return* pada 6 saham yang dibentuk pada portofolio, maka dengan menyelesaikan model di atas menggunakan LINGO 14 didapatkan $f_2 = 0.00184831$. Nilai Nadir merupakan kebalikan dari nilai ideal, sehingga dalam menyelesaikan permasalahan maksimasi *expected return* berdasarkan nilai nadir dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Min } 0.002000920x_1 + 0.000834883x_2 + 0.000860564x_3 + 0.001237858x_4 + 0.001035502x_5 + 0.001099253x_6$$

Dengan kendala sama dengan persamaan (17).

Dengan f_{2*} adalah nilai nadir *expected return* pada 6 saham yang dibentuk pada portofolio, maka dengan menyelesaikan model di atas menggunakan LINGO 14 didapatkan $f_{2*} = 0.000840019$.

Nilai Ideal dan Nilai Nadir Modal Investasi

Untuk menghitung nilai ideal dan nilai nadir modal investasi diperlukan data closing price terakhir pada setiap saham. Data closing price tiap-tiap saham disajikan pada tabel 6. Untuk portofolio yang terdiri dari 6 saham, maka nilai ideal modal investasi dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Min } 1520x_1 + 6625x_2 + 610x_3 + 4350x_4 + 27775x_5 + 2380x_6$$

Dengan kendala sama dengan persamaan (17).

Dengan f_3 adalah nilai ideal modal investasi pada 14 saham yang dibentuk pada portofolio, maka dengan menyelesaikan model di atas menggunakan LINGO 14 didapatkan $f_3 = 792$. Sedangkan perhitungan untuk nilai nadir minimasi dana investasi adalah sebagai berikut:

$Max 1520x_1 + 6625x_2 + 610x_3 + 4350x_4 + 27775x_5 + 2380x_6$
dengan kendala sama dengan persamaan (17).

Dengan f_{3*} adalah nilai nadir modal investasi pada 6 saham yang dibentuk pada portofolio, maka dengan menyelesaikan model di atas menggunakan LINGO 14 didapatkan $f_{3*} = 23545$.

Perhitungan Proporsi Dana dengan Compromise Programming

Pada perhitungan *Compromise Programming* ini, bobot masing-masing fungsi tujuan (W_k) dianggap sama untuk masing-masing fungsi tujuan. Karena jumlah total dari bobot fungsi tujuan sama dengan 1, maka masing-masing fungsi tujuan memiliki bobot $\frac{1}{3}$ dengan rincian (W_1) = $\frac{1}{3}$ untuk risiko, (W_2) = $\frac{1}{3}$ untuk *expected return*, dan (W_3) = $\frac{1}{3}$ untuk modal investasi. Sedangkan nilai p diasumsikan sama dengan satu. Sehingga model *compromise programming* untuk masalah pemilihan portofolio adalah sebagai berikut:

$$\text{Min } \{W_1(\delta_1^+ + \delta_1^-) + W_2(\delta_2^-) + W_3(\delta_3^+)\} \quad (18)$$

Dengan kendala:

$$\begin{aligned} f_1 + \delta_1^- - \delta_1^+ &= 1 \\ f_2 + \delta_2^- &= f_2 \\ f_3 - \delta_3^+ &= f_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 &= 1 \\ 0 \leq x_i &\leq 0,8, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \\ \delta_k^+ \geq 0, \delta_k^- &\geq 0, \quad k = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

Dengan:

W_k : bobot fungsi tujuan ke - k , $k = 1, 2, 3$

f_k : fungsi tujuan ke - k , $k = 1, 2, 3$

f_l : fungsi tujuan ke - l berdasarkan nilai ideal, $l = 1, 2, 3$

x_i : proporsi dana yang diinvestasikan pada saham ke - i , $i = 1, 2, \dots, 6$

δ_k^+ : deviasi positif dari fungsi tujuan ke - k , $k = 1, 2, 3$

δ_k^- : deviasi negatif dari fungsi tujuan ke - k , $k = 1, 2, 3$

Setelah dilakukan perhitungan nilai ideal dari fungsi tujuan f_2 dan f_3 dan setelah model *compromise programming* dibentuk, langkah selanjutnya adalah menentukan variabel *output* yaitu menentukan proporsi dana yang diinvestasikan untuk masing-masing saham. Rumusan yang digunakan untuk mencari proporsi dana berdasarkan nilai ideal adalah sebagai berikut:

$$\text{Min } \frac{1}{3}\delta_1^- + \frac{1}{3}\delta_1^+ + \frac{1}{3}\delta_2^- + \frac{1}{3}\delta_3^+$$

Dengan kendala:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^6 \beta_i x_i - \delta_1^+ + \delta_1^- &= 1 \\ \sum_{i=1}^6 E(R_i) x_i + \delta_2^- &= 0.00184831 \\ \sum_{i=1}^6 P_i x_i - \delta_3^+ &= 792 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 &= 1 \\ 0 \leq x_i &\leq 0,8, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \\ \delta_k^+ \geq 0, \delta_k^- &\geq 0, \quad k = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

Dengan β_i adalah koefisien risiko, $E(R_i)$ adalah *expected return*, dan P_i adalah *closing price* saham yang disajikan dalam tabel 6. Selanjutnya dengan menyelesaikan model *Compromise Programming* tersebut menggunakan LINGO 14, maka didapatkan hasil proporsi dana yang disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 8 Proporsi Dana dari Metode *Compromise Programming*.

x_j	Proporsi Dana
x_1	0.2
x_3	0.8

Dari hasil proporsi dana saham-saham terpilih untuk membentuk portofolio yang optimal, maka dapat dihitung nilai f_1^*, f_2^*, f_3^* .

$$\begin{aligned}
 f_1^* &= (0.2 \times \beta_1) + (0.8 \times \beta_3) \\
 &= (0.2 \times 1.777333089) + (0.8 \times 1.123024912) \\
 f_1^* &= 1.253886547 \\
 f_2^* &= (0.2 \times E(R_1)) + (0.8 \times E(R_3)) \\
 &= (0.2 \times 0.002000920) + (0.8 \times 0.000860564) \\
 f_2^* &= 0.001088635 \\
 f_3^* &= (0.2 \times P_1) + (0.8 \times P_3) \\
 &= (0.2 \times 1520) + (0.8 \times 610) \\
 f_3^* &= 792
 \end{aligned}$$

Hasil optimasi untuk pemilihan portofolio dengan menggunakan *Compromise Programming* adalah koefisien risiko optimal sebesar 1.253886547, *expected return* maksimal sebesar 0.001088635, dan dana investasi minimal 792.

Perhitungan Proporsi Dana dengan Nadir Compromise Programming

Pada perhitungan *Nadir Compromise Programming* ini, bobot masing-masing fungsi tujuan (W_k) dianggap sama untuk masing-masing fungsi tujuan. Karena jumlah total dari bobot fungsi tujuan sama dengan 1, maka masing-masing fungsi tujuan memiliki bobot $\frac{1}{3}$ dengan rincian (W_1) = $\frac{1}{3}$ untuk risiko, (W_2) = $\frac{1}{3}$ untuk *expected return*, dan (W_3) = $\frac{1}{3}$ untuk modal investasi. Sedangkan nilai p diasumsikan sama dengan satu. Sehingga model *nadir compromise programming* untuk masalah pemilihan portofolio adalah sebagai berikut:

$$\text{Min}\{W_1(\delta_1^+ + \delta_1^-) + W_2(-\delta_2^+) + W_3(-\delta_3^-)\} \quad (19)$$

Dengan kendala:

$$\begin{aligned}
 f_1 + \delta_1^- &= 1 \\
 f_1 - \delta_1^+ &= 1 \\
 f_2 - \delta_2^+ &= f_2^* \\
 f_3 + \delta_3^- &= f_3^* \\
 x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 &= 1 \\
 0 \leq x_i &\leq 0,8, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \\
 \delta_k^+ \geq 0, \delta_k^- &\geq 0, \quad k = 1, 2, 3
 \end{aligned}$$

Dengan:

W_k : bobot fungsi tujuan ke k , $k = 1, 2, 3$

f_k : fungsi tujuan ke k , $k = 1, 2, 3$

f_l : fungsi tujuan ke l Berdasarkan nilai ideal, $l = 1, 2, 3$

x_i : proporsi dana yang diinvestasikan pada saham ke – $i, i = 1, 2, \dots, 6$

δ_k^+ : deviasi positif dari fungsi tujuan ke – $k, k = 1, 2, 3$

δ_k^- : deviasi negatif dari fungsi tujuan ke – $k, k = 1, 2, 3$

Setelah dilakukan perhitungan nilai nadir dari fungsi tujuan f_2^* dan f_3^* dan setelah model *nadir compromise programming* dibentuk, langkah selanjutnya adalah menentukan variabel *output* yaitu menentukan proporsi dana yang diinvestasikan untuk masing-masing saham. Rumusan yang digunakan untuk mencari proporsi dana berdasarkan nilai ideal adalah sebagai berikut:

$$\text{Min } \frac{1}{3}\delta_1^- + \frac{1}{3}\delta_1^+ - \frac{1}{3}\delta_2^+ - \frac{1}{3}\delta_3^-$$

Dengan kendala:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^6 \beta_i x_i + \delta_1^- &= 1 \\ \sum_{i=1}^6 \beta_i x_i - \delta_1^+ &= 1 \\ \sum_{i=1}^6 E(R_i) x_i - \delta_2^+ &= 0.000840019 \\ \sum_{i=1}^6 P_i x_i + \delta_3^- &= 23545 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 &= 1 \\ 0 \leq x_i \leq 0,8 &, i = 1, 2, \dots, 6 \\ \delta_k^+ \geq 0, \delta_k^- \geq 0 &, k = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

Dengan β_i adalah koefisien risiko, $E(R_i)$ adalah *expected return*, dan P_i adalah *closing price* saham yang disajikan dalam tabel 5.6. Selanjutnya dengan menyelesaikan model *Nadir Compromise Programming* tersebut menggunakan LINGO 14, maka didapatkan hasil proporsi dana yang disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 9 Proporsi Dana dari Metode *Nadir Compromise Programming*.

x_j	Proporsi Dana
x_2	0.1368494
x_3	0.8
x_6	0.0631506

Dari hasil proporsi dana saham-saham terpilih untuk membentuk portofolio yang optimal, maka dapat dihitung nilai f_1^*, f_2^*, f_3^* .

$$\begin{aligned} f_1^* &= (0.1368494 \times \beta_2) + (0.8 \times \beta_3) + (0.0631506 \times \beta_6) \\ &= (0.1368494 \times 0.287239332) + (0.8 \times 1.123024912) \\ &\quad + (0.0631506 \times 0.986079394) \end{aligned}$$

$$f_1^* = 1$$

$$\begin{aligned} f_2^* &= (0.1368494 \times E(R_2)) + (0.8 \times E(R_3)) + (0.0631506 \times E(R_6)) \\ &= (0.1368494 \times 0.000834883) + (0.8 \times 0.000860564) \\ &\quad + (0.0631506 \times 0.001099253) \end{aligned}$$

$$f_2^* = 0.000872122$$

$$\begin{aligned}
 f_3^* &= (0.1368494 \times P_2) + (0.8 \times P_3) + (0.0631506 \times P_6) \\
 &= (0.1368494 \times 6625) + (0.8 \times 610) + (0.0631506 \times 2380) \\
 f_3^* &= 1545
 \end{aligned}$$

Hasil optimasi untuk pemilihan portofolio dengan menggunakan *Nadir Compromise Programming* adalah koefisien risiko optimal sebesar 1, *expected return* maksimal sebesar 0.000872122, dan dana investasi minimal 1545.

Kesimpulan

Dari hasil optimasi 6 saham pada bulan April 2015 sampai Mei 2017 dengan metode *Compromise Programming* dan *Nadir Compromise Programming* diperoleh proporsi dana untuk saham yang optimal adalah sebagai berikut:

Tabel 10 Saham Optimal.

Saham Optimasi Berdasarkan Metode <i>Compromise Programming</i>	Saham Optimasi Berdasarkan Metode <i>Nadir Compromise Programming</i>
1. ADRO proporsi dana 0.2	1. AKRA proporsi dana 0.1368494
2. PWON proporsi dana 0.8	2. PWON proporsi dana 0.8
	3. WSKT proporsi dana 0.0631506

Metode NCP lebih baik dibandingkan dengan metode CP karena sesuai dengan fungsi tujuan yang pertama yaitu mengoptimalkan koefisien risiko (β), bahwa dengan menggunakan metode NCP risiko yang diperoleh mencapai optimal, sedangkan dengan menggunakan metode CP risiko yang diperoleh lebih besar yaitu 1.253886547. Koefisien risiko yang sama dengan 1 menandakan koefisien risiko NCP memiliki pergerakan yang sama dengan risiko pasar (JII) yang mengakibatkan hasil atau *return* yang didapat wajar dan tidak menyebabkan kerugian yang besar. Untuk fungsi tujuan yang kedua yaitu memaksimalkan *return*, metode CP lah yang terbaik karena *return* yang diperoleh lebih besar dibandingkan dengan metode NCP yaitu 0.001088635 untuk CP dan 0.000872122 untuk NCP. Sedangkan untuk modal investasi yang dihasilkan dengan metode CP lebih rendah dibandingkan modal investasi dengan metode NCP yaitu sebesar 792 untuk CP dan 1545 untuk NCP.

Dalam melakukan investasi setiap investor memiliki beberapa pertimbangan. Pada tugas akhir ini pertimbangan yang digunakan adalah mengoptimalkan koefisien risiko, memaksimalkan *return* dan meminimalkan modal investasi, sehingga metode yang memenuhi adalah metode NCP karena dalam metode ini koefisien risiko yang optimal bisa tercapai. Perbedaan yang paling mendasar dari kedua metode ini adalah jika metode CP mempertimbangkan solusi dari nilai ideal (kondisi terbaik), sedangkan metode NCP mempertimbangkan solusi dari nilai anti-ideal atau nilai nadir (kondisi terburuk).

Referensi

- [1] Tandililin, Eduardus. 2010. *Portofolio dan Investasi, Teori dan Aplikasi*. Yogyakarta: Kanisius.
- [2] Susilo, Bambang D. 2009. *Pasar Modal, Mekanisme Perdagangan Saham, Analisis Sekuritas, dan Strategi Investasi di Bursa Efek Indonesia (BEI)*. Yogyakarta: UPP STIM YKPN.
- [3] Khoiri, Halwa Annisa. 2014. *Perbandingan Compromise Programming dan Nadir Compromise Programming untuk Optimasi Multi-Objective Pada Pemilihan Portofolio Saham*. <http://digilib.its.ac.id/ITS-paper-12021140005693/33578>. Diakses pada tanggal 10 Oktober 2016.
- [4] Amiri, M., Ekhtiari, M., & Yazdani, M. 2011. *Nadir Compromise Programming: A Model For Optimization Of Multi-Objective Portofolio Problem. Expert System with Applications*, Vol. 38, No. 6, pp 7222-7226.
- [5] Sholihin, Ahmad Ifham. 2010. *Pedoman Lembaga Keuangan Syariah*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.
- [6] Suryomurti, Wiku. 2011. *Supercerdas Investasi Syariah*. Jakarta: Qultum Media.
- [7] Husnan, Suad. 2003. *Dasar-dasar Teori Portofolio*. Edisi Kedua. Yogyakarta: UPP AMP YKPN.
- [8] Reilly, F.K. & Brown, K.C. 2011. *Investment Analysis & Portofolio Management*. USA: South-Western Cengage Learning.