

Struktur Graf Fuzzy dan Aplikasinya pada Pengambilan Keputusan dalam Identifikasi Layanan Perjalanan

Ilma Nindita Ramadhani, Arif Munandar¹

¹Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Uiniversitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta, Jl. Marsda Adisucipto No. 1 Yogyakarta 55281, Indonesia

Korespondensi; Arif Munandar, Email: arif.munandar@uin-suka.ac.id

Abstrak

Struktur graf fuzzy adalah penggabungan dari struktur graf dan graf fuzzy. Penelitian ini membahas beberapa pengertian dan sifat dari struktur graf fuzzy diantaranya struktur graf fuzzy komplit dan kuat, struktur graf fuzzy terhubung, serta struktur graf fuzzy reguler. Lebih lanjut, dibentuk semi strong min-product dari dua struktur graf fuzzy dan beberapa teoremanya dari *semi strong min-product* yang dihasilkan. Selanjutnya disajikan aplikasi dari struktur graf fuzzy dalam pengambilan keputusan, yaitu pengambilan keputusan dalam identifikasi layanan perjalanan, yang didasarkan pada tarif harga dari masing-masing agen. Dengan menerapkan algoritma yang telah disusun dapat ditentukan layanan perjalanan dari satu kota ke kota lain, berdasarkan harga tiket terendah.

Kata Kunci: struktur graf fuzzy, *semi strong min-product*, pengambilan keputusan.

Abstract

A fuzzy graph structure is an extension of graph structure and fuzzy graph. This research discusses several definitions and properties of the fuzzy graph structure including complete and strong fuzzy graph structure, connected fuzzy graph structure, and regular fuzzy graph structure. Furthermore, the semi strong min-product of two fuzzy graph structures can be formed, then some theorems are discussed for semi strong min-product. Furthermore, the application of the fuzzy graph structure in decision making is presented, specially decision making for the identification of travel services, which is based on the price rates of each agent. Through the algorithm, it is possible to determine the travel service from one city to another, based on the lowest ticket price.

Keywords: fuzzy graph structures, semi strong min-product, decision-making.

Pendahuluan

Zadeh [1] menggeneralisasi pengertian himpunan tegas dengan memperluas himpunan nilai $\{0,1\}$ menjadi interval bernilai real antara 0 dan 1, yaitu $[0,1]$. Derajat keanggotaan suatu elemen himpunan fuzzy menyatakan derajat kesesuaiannya elemen tersebut. Karena fleksibilitasnya, himpunan fuzzy kemudian dapat diaplikasikan dalam banyak bidang. Aplikasi dalam bidang system control dapat ditemukan dalam riset [2], aplikasi dalam bidang pemrosesan gambar dapat ditemukan dalam [3] dan aplikasi lainnya dalam bidang peramalan dapat ditemukan misalnya dalam penelitian [4].

Seorang matematikawan berasal dari Swiss yang bernama Euler memperkenalkan teori graf pertama kalinya pada tahun 1736. Pada saat itu graf muncul untuk menemukan jalan yang menghubungkan jembatan di Königsberg. Secara sederhana graf didefinisikan sebagai kumpulan titik yang dihubungkan oleh sisi. Konsep graf fuzzy diperkenalkan pertama kali oleh Kauffman [5]. Graf fuzzy yang terdiri dari himpunan titik tegas dan himpunan sisi fuzzy. Namun, Rosenfeld [6] menggambarkan suatu graf fuzzy sebagai suatu graf yang terdiri dari himpunan titik fuzzy dan himpunan sisi fuzzy. Penelitian tentang graf

fuzzy terus berkembang baik secara teoritis maupun aplikasi. Gani dan Radha [7], [8] memperkenalkan graf fuzzy reguler dan mendefinisikan tentang derajat vertek pada graf fuzzy yang diperoleh dari operasi union, join, cartesian, dan product. Selanjutnya, Bhattacharya [9] memberikan beberapa penjelasan mengenai graf fuzzy. Beberapa operasi pada graf fuzzy diperkenalkan oleh Moderson dan Chang- Shyh [10]. Kemudian, Gani [11] menjelaskan mengenai order dan ukuran pada graf fuzzy. Aplikasi dalam bidang penjadwalan dilakukan oleh Prakasta [12].

Sampathkumar [13] memperkenalkan konsep struktur graf yang digeneralisasi. Struktur graf adalah generalisasi dari graf dan secara luas berguna dalam mempelajari beberapa struktur seperti, graf, semi graf, graf bertanda, graf berwarna edge dan graf berlabel edge. Dinesh [14] mendefinisikan struktur graf fuzzy dan mendeskripsikan beberapa hal, seperti operasi, pewarnaan, dan aplikasi. Struktur graf fuzzy jauh lebih bermanfaat daripada struktur graf biasa, karena berurusan dengan ketidaktepatan dan ambiguitas dari berbagai fenomena kehidupan nyata. Penelitian yang dilakukan oleh Sitara dkk. [15] membahas mengenai operasi *maximal product* dari struktur graf fuzzy. Konsep struktur graf fuzzy *m-polar* diperkenalkan oleh Akram dkk. [16]. Penelitian Akram dan Sitara [17] memberikan pengertian mengenai struktur graf fuzzy reguler, kuat, lengkap, dan terhubung serta menghasilkan operasi semi strong min-product dari struktur graf fuzzy tersebut.

Banyak agen transportasi yang menyediakan layanan terbaik mereka. Setiap agen ingin memberikan layanan terbaik dengan fasilitas yang tepat kepada pengguna agar merasa puas dengan layanan yang diterima dan menjadi pelanggan setia agen transportasi tersebut. Dalam melakukan perjalanan, beberapa hal yang menjadi pertimbangan bagi para pengguna untuk memilih agen transportasi, misalnya harga tiket, waktu tempuh, fasilitas perjalanan, dan keamanan serta kenyamanan perjalanan dengan resiko yang akan dihadapi. Namun dalam penelitian ini penulis hanya menggunakan satu faktor yaitu harga tiket, sehingga akan ditemukan agen perjalanan terbaik. Permasalahan di atas yang menjadi dorongan peneliti untuk membahas aplikasi dari struktur graf fuzzy, dengan melihat kota-kota sebagai himpunan vertek dan himpunan fuzzy agen perjalanan yang menyediakan layanan dari satu kota ke kota lain. Pengambilan keputusan pada penelitian ini adalah identifikasi agen perjalanan terbaik dengan faktor harga tiket.

Landasan Teori

Berikut ini diberikan konsep-konsep dasar yang akan digunakan pada bagian pembahasan.

Definisi 1. [18] Diberikan suatu graf G yang dengan $V(G)$ merupakan himpunan berhingga tak kosong dan $E(G)$ merupakan himpunan berhingga (dapat kosong), sedemikian hingga:

1. Setiap edge $E(G)$ menghubungkan tepat dua vertek berbeda tak berurutan di $V(G)$.
2. Setiap dua vertek dalam $V(G)$ terhubung minimal oleh satu edge atau tidak terhubung sama sekali.

Definisi 2. [19] Diberikan suatu himpunan X dengan $x \in X$. Suatu himpunan fuzzy A dalam X didefinisikan sebagai sebuah fungsi keanggotaan $\mu_A(x)$ yang menghubungkan setiap titik dalam X dengan sebuah bilangan real dalam interval $[0,1]$, dengan nilai $\mu_A(x)$ pada x yang mewakili nilai keanggotaan dari x dalam A .

Definisi 3. [5] Diberikan graf fuzzy $G = (V, \sigma, \mu)$ dari graf $G = (V, E)$ adalah himpunan tak kosong V serta pasangan fungsi $\sigma: V \rightarrow [0,1]$ dan $\mu: V \times V \rightarrow [0,1]$ sehingga untuk semua $x, y \in V, \mu(x, y) \leq \sigma(x) \wedge \sigma(y)$. Notasi σ adalah derajat keanggotaan dari vertek dan μ adalah derajat keanggotaan dari edge.

Setelah diberikan definisi graf, fuzzy, dan graf fuzzy, selanjutnya akan diberikan definisi dari struktur graf. Berikut adalah definisi struktur graf.

Definisi 4. [13] Struktur graf $G^* = (V, R_1, \dots, R_n)$ terdiri dari himpunan tak kosong V bersama dengan relasi-relasi $R_1, R_2, \dots, R_n$ pada V yang saling disjoint sedemikian sehingga setiap $R_i, 1 \leq i \leq n$, simetris dan tidak refleksif.

Selanjutnya akan diberikan definisi dari struktur graf fuzzy.

Definisi 5. [20] Diberikan σ adalah himpunan fuzzy pada himpunan V dan $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ masing-masing adalah himpunan fuzzy pada $R_1, R_2, \dots, R_n$. Jika $0 \leq \mu_i(uv) \leq \sigma(u) \wedge \sigma(v)$ untuk semua $u, v \in V, i = 1, 2, \dots, n$ maka $G = (\sigma, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ disebut struktur graf fuzzy dari struktur graf G^* .

Sebagaimana pembahasan dalam graf yang memungkinkan untuk membuat product dari dua graf, dalam striktur graf fuzzy juga dapat dilakukan hal yang serupa. Berikut ini adalah definisi dari semi strong min-product dua struktur graf fuzzy.

Definisi 6. [17] Diberikan $G_1 = (\sigma, \mu'_1, \mu'_2, \dots, \mu'_n)$ dan $G_2 = (\sigma, \mu''_1, \mu''_2, \dots, \mu''_n)$ adalah dua struktur graf fuzzy dengan dasar struktur graf $G_1^* = (V_1, R'_1, R'_2, \dots, R'_n)$ dan $G_2^* = (V_2, R''_1, R''_2, \dots, R''_n)$. Didefinisikan $G = (\sigma, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ dengan dasar struktur graf $G^* = (V, R_1, R_2, \dots, R_n)$ dimana $V = V_1 \times V_2$ dan $R_i = \{(u_1, v_1)(u_2, v_2) | u_1 = u_2, v_1 v_2 \in R_i', \text{ atau } u_1 u_2 \in R_i''\}$ dan $\sigma(u, v) = \sigma_1(u) \vee \sigma_2(v)$ untuk semua $(u, v) \in V$ serta

$$\mu_i(u_1, v_1)(u_2, v_2) = \begin{cases} \mu'_i(u_1, u_2), u_1 u_2 \in R_i' \\ \sigma_1(u_1) \wedge \mu''_i(v_1, v_2), u_1 = u_2, v_1 v_2 \in R_i'' \end{cases}$$

G dengan definisi di atas adalah semi strong min product dari G_1 dan G_2 , yang kemudian dinotasikan dengan $G_1[G_2]_{\min}$.

Definisi 7. [21] Struktur graf fuzzy $G = (\sigma, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ dikatakan struktur graf fuzzy kuat(lengkap) jika

$$\mu'_i(v_1, v_2) = \sigma(v_1) \wedge \sigma(v_2), \text{ untuk setiap } v_1, v_2 \in R_i, i \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

Berikut ini adalah syarat perlu semi strong min product dari dua struktur graf fuzzy menjadi struktur graf fuzzy yang kuat (lengkap).

Teorema 8. [17] $G_1 = (\sigma, \mu'_1, \mu'_2, \dots, \mu'_n)$ dan $G_2 = (\sigma, \mu''_1, \mu''_2, \dots, \mu''_n)$ adalah dua struktur graf fuzzy dengan $\sigma_2 \leq \sigma_1$ dan u_i' serta u_i'' adalah dua fungsi konstan yang sama, maka $G_1[G_2]_{\min}$ adalah struktur graf fuzzy kuat(lengkap).

Definisi 9. [20] Suatu μ_i -path dari struktur graf fuzzy $G = (\sigma, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ adalah urutan dari vertek-vertek, $v_1, v_2, \dots, v_n$ yang berbeda (kecuali mungkin $v_0 = v_n$) sedemikian sehingga (v_{j-1}, v_j) adalah suatu μ_i -edge untuk semua $j = 1, 2, \dots, n$. Dua vertek dari suatu struktur graf fuzzy $G = (\sigma, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$, yang dihubungkan oleh μ_i -path dikatakan μ_i -terhubung. Kemudian struktur graf fuzzy terhubung jika setiap dua vertek μ_i -terhubung.

Definisi 10. [20] Diberikan $G = (\sigma, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ adalah struktur graf fuzzy dari $G^* = (V, R_1, R_2, \dots, R_n)$. Jika $d_{\mu_i}(v) = k, \forall v \in V$, dikatakan sebagai $k - \mu_i$ -reguler. Jika $d_{\mu_{i_1 i_2 \dots i_r}}(v) = k, \forall v \in V$, dikatakan sebagai $k - \mu_{i_1 i_2 \dots i_r}$ -reguler. Lebih lanjut, diperoleh beberapa hasil pada μ_i -regularity dan $\mu_{i_1 i_2 \dots i_r}$ -regularity, yaitu sebagai berikut:

1. G adalah $k - \mu_i$ -reguler jika dan hanya jika $\delta_{\mu_i}(G) = \Delta_{\mu_i}(G) = k$.

2. G adalah $k - \mu_{i_1 i_2 \dots i_r}$ -reguler jika dan hanya jika $\delta_{\mu_{i_1 i_2 \dots i_r}}(G) = \Delta_{\mu_{i_1 i_2 \dots i_r}}(G) = k$.

Bahan dan Metode

Penelitian ini memanfaatkan petunjuk algoritma yang muncul dalam artikel [17] dan kemudian akan diterapkan pada beberapa kota dipulau Jawa. Adapun langkah-langkah untuk menerapkannya adalah sebagai berikut:

1. Masukkan masing-masing kota sebagai vertek dan himpun dalam $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$
2. Bentuk himpunan fuzzy μ dari agen layanan yang menyediakan transportasi dari masing-masing kota dalam himpunan V
3. Bentuk himpunan fuzzy σ yang memenuhi relasi $\mu(v_i, v_j) \leq \sigma(v_i) \wedge \sigma(v_j)$.
4. Ulangi langkah 2 dan 3 untuk semua kota dalam himpunan V
5. Bentuk relasi dari layanan perjalanan
6. Kembangkan relasi yang disjoint, simetris dan tidak refleksi, kemudian beri nama $R_1, R_2, \dots, R_n$.
7. Buat stuktur graf dengan himpunan kota dan relasi tersebut
8. Tuliskan semua relasi berikut dengan nilai keanggotaanya, sehingga terbentuk struktur graf fuzzy.

Guna menerapkan langkah-langkah tersebut diperlukan data pendukungnya, yaitu dapat yang berupa harga untuk sekali perjalanan dari kota-kota yang ada di Jawa. Data tersebut, kami ambil dari sumber www.redbus.id, diambil pada tanggal 8 Februari 2024 dengan nominal ribu Rupiah.

Tabel 1 Harga tiket agen perjalanan yang menyediakan layanan dari Jakarta ke kota-kota lain.

Agen Transportasi	Jakarta, Magelang	Jakarta, Semarang	Jakarta, Madiun
Rosalia Indah	240	240	235
Harapan Jaya		236	252
Sinar Jaya	175	161	
Haryanto	280	280	303
Agra Mas	230	210	270
Kereta Api		104	240
Gunung Harta			
Kramat Djadi		210	250
Handoyo	210		

Tabel 2 Harga tiket agen perjalanan yang menyediakan layanan dari Tangerang ke kota-kota lain.

Agen Transportasi	Tangerang, Surakarta	Tangerang, Yogyakarta	Tangerang, Malang
Rosalia Indah	235	235	385
Harapan Jaya	237		336
Sinar Jaya	210	170	340
Haryanto	279	279	
Agra Mas	240	190	420
Kereta Api			
Gunung Harta			400
Kramat Djadi	240	230	350
Handoyo		205	330

Tabel 3 Harga tiket agen perjalanan yang menyediakan layanan dari Bekasi ke kota-kota lain.

Agen Transportasi	Bekasi, Yogyakarta	Bekasi, Surabaya	Bekasi, Madiun
Rosalia Indah	215		235
Harapan Jaya		315	252
Sinar Jaya	170	310	
Haryanto	280	360	303.6
Agra Mas	230	550	270
Kereta Api	210		245
Gunung Harta		310	
Kramat Djadi	220		
Handoyo	205	290	

Tabel 4 Harga tiket agen perjalanan yang menyediakan layanan dari Bogor ke kota-kota lain.

Agen Transportasi	Bogor, Surakarta	Bogor, Semarang	Bogor, Malang
Rosalia Indah	215	215	385
Harapan Jaya	237	237	373
Sinar Jaya	200	170	340
Haryanto	280	280	406
Agra Mas	250	230	420
Kereta Api			245
Gunung Harta			400
Kramat Djadi	230	230	340
Handoyo			

Tabel 5 Harga tiket agen perjalanan yang menyediakan layanan dari Yogyakarta ke kota-kota lain.

Agen Transportasi	Yogyakarta, Jakarta	Yogyakarta, Bogor
Rosalia Indah	215	215
Harapan Jaya		
Sinar Jaya	166	170
Haryanto	280	280
Agra Mas	190	230
Kereta Api	200	
Gunung Harta	250	250
Kramat Djadi	220	
Handoyo	199	205

Tabel 6 Harga tiket agen perjalanan yang menyediakan layanan dari Magelang ke kota-kota lain.

Agen Transportasi	Magelang, Tangerang	Magelang, Bekasi	Magelang, Bogor
Rosalia Indah	235	215	215
Harapan Jaya			
Sinar Jaya	200	170	170
Haryanto	279	280	280
Agra Mas	230	230	230
Kereta Api			
Gunung Harta		260	250
Kramat Djadi			

Handoyo	205	205	205
---------	-----	-----	-----

Tabel 7 Harga tiket agen perjalanan yang menyediakan layanan dari Surakarta ke kota-kota lain.

Agen Transportasi	Surakarta, Jakarta	Surakarta, Bekasi
Rosalia Indah	215	215
Harapan Jaya	219	237
Sinar Jaya	210	200
Haryanto	280	280
Agra Mas	220	250
Kereta Api	240	240
Gunung Harta	250	
Kramat Djadi	210	220
Handoyo		

Tabel 8 Harga tiket agen perjalanan yang menyediakan layanan dari Semarang ke kota-kota lain.

Agen Transportasi	Semarang, Tangerang	Semarang, Bekasi
Rosalia Indah	235	215
Harapan Jaya	237	237
Sinar Jaya	163	160
Haryanto	279	280
Agra Mas	210	230
Kereta Api		104
Gunung Harta		
Kramat Djadi	240	220
Handoyo		

Tabel 9 Harga tiket agen perjalanan yang menyediakan layanan dari Madiun ke kota-kota lain.

Agen Transportasi	Madiun, Tangerang	Madiun, Bogor
Rosalia Indah	235	235
Harapan Jaya	252	252
Sinar Jaya		
Haryanto	302	303.6
Agra Mas	270	270
Kereta Api		
Gunung Harta		
Kramat Djadi	260	250
Handoyo		

Tabel 10 Harga tiket agen perjalanan yang menyediakan layanan dari Malang ke kota-kota lain.

Agen Transportasi	Malang, Jakarta	Malang, Bekasi
Rosalia Indah	385	385
Harapan Jaya	302	326
Sinar Jaya	330	330
Haryanto	406	406
Agra Mas	400	570
Kereta Api	250	245
Gunung Harta	390	390

Kramat Djadi	340	
Handoyo	330	

Tabel 11 Harga tiket agen perjalanan yang menyediakan layanan dari Surabaya ke kota-kota lain.

Agen Transportasi	Surabaya, Jakarta	Surabaya, Tangerang	Surabaya, Bogor
Rosalia Indah			
Harapan Jaya	296	315	363
Sinar Jaya	310	310	330
Haryanto	370	365	394
Agra Mas	375	400	400
Kereta Api	104		
Gunung Harta	310	320	320
Kramat Djadi	300	310	300
Handoyo	280	290	300

Keterangan:

Derajat keanggotaan diperoleh dengan menggunakan rumus berikut $\mu(v_i): 1 - \frac{\text{harga tiket}}{\text{harga tiket tertinggi}}$

Hasil dan Pembahasan

Berikut ini adalah langkah-langkah untuk menentukan layanan perjalanan terbaik berdasarkan harga termurah dengan memanfaatkan data dan algoritma yang ditampilkan di atas.

Langkah 1. Masukkan himpunan vertek $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ dari kota-kota.

Dibentuk sebuah himpunan V yang terdiri dari sebelas kota.

$$V = \{Jakarta (JKT), Tangerang (TNG), Bogor (BGR), Bekasi (BKS), Yogyakarta (YK), \\ Magelang (MGL), Semarang (SMG), Surakarta (SKT), Malang (MLG), \\ Surabaya (SBY), Madiun (MDN)\}.$$

Langkah 2. Masukkan himpunan *fuzzy* agen perjalanan yang menyediakan layanan dari satu kota ke kota lain.

Pada table di atas telah didefinisikan derajat keanggotaan agen perjalanan di antara setiap pasangan kota yang didapat dari memperhatikan harga tiket.

Langkah 3. Masukkan himpunan *fuzzy* σ didefinisikan pada himpunan V . Hitung derajat keanggotaannya dengan menggunakan, $\mu(v_i v_j) \leq \sigma(v_i) \wedge \sigma(v_j)$.

Tabel 12 Himpunan *fuzzy* σ dari sebelas kota.

Kota	Derajat Keanggotaan
Jakarta (JKT)	0.8
Tangerang (TNG)	0.65
Bekasi (BKS)	0.65
Bogor (BGR)	0.6
Yogyakarta (YK)	0.85
Semarang (SMG)	0.78
Surakarta (SKT)	0.9
Magelang (MGL)	0.8

Madiun (MDN)	0.55
Malang (MLG)	0.7
Surabaya (SBY)	0.8

Langkah 4. Ulangi langkah 2 dan 3 untuk semua kota di himpunan V .

Langkah 5. Bentuk relasi-relasi dari layanan perjalanan. Setiap elemen dalam relasi apapun menunjukkan jenis layanan perjalanan terbaik di antara kedua kota tersebut.

Pada himpunan V , banyak relasi yang dapat didefinisikan, berikut ini relasi-relasi pada V :

$$\begin{aligned} R_1 &= \{\text{Rosalia Indah, Harapan Jaya}\}, R_2 = \{\text{Sinar Jaya, Haryanto}\}, \\ R_3 &= \{\text{AgraMas, Kereta Api}\}, R_4 = \{\text{Gunung Harta, Kramat Djati}\}, \\ R_5 &= \{\text{Handoyo}\}. \end{aligned}$$

Langkah 6. Kembangkan relasi yang saling *disjoint*, simetris, dan tidak refleksif $R_1, R_2, \dots, R_n$ pada himpunan kota V dan beri nama setiap relasi sebagai agen perjalanan. Pilih agen perjalanan sebagai layanan terbaik untuk melakukan perjalanan dari satu kota ke kota lain, yang nilai keanggotaannya lebih tinggi.

$$\begin{aligned} R_1 &= \{(\text{Jakarta, Madiun}), (\text{Bekasi, Madiun}), (\text{Madiun, Tangerang}), (\text{Madiun, Bogor})\}, \\ R_2 &= \{(\text{Jakarta, Magelang}), (\text{Tangerang, Surakarta}), (\text{Tangerang, Yogyakarta}), \\ &(\text{Bekasi, Yogyakarta}), (\text{Bogor, Surakarta}), (\text{Bogor, Semarang}), (\text{Yogyakarta, Jakarta}), \\ &(\text{Yogyakarta, Bogor}), (\text{Semarang, Tangerang}), (\text{Surakarta, Bekasi}), (\text{Magelang, Tangerang}), \\ &(\text{Magelang, Bekasi}), (\text{Magelang, Bogor})\}, \\ R_3 &= \{(\text{Jakarta, Semarang}), (\text{Bogor, Malang}), (\text{Semarang, Bekasi}), (\text{Malang, Jakarta}), \\ &(\text{Malang, Bekasi}), (\text{Surabaya, Jakarta})\}, \\ R_4 &= \{(\text{Jakarta, Surakarta}), (\text{Surabaya, Bogor})\}, \\ R_5 &= \{(\text{Tangerang, Malang}), (\text{Bekasi, Surabaya}), (\text{Surabaya, Tangerang})\}. \end{aligned}$$

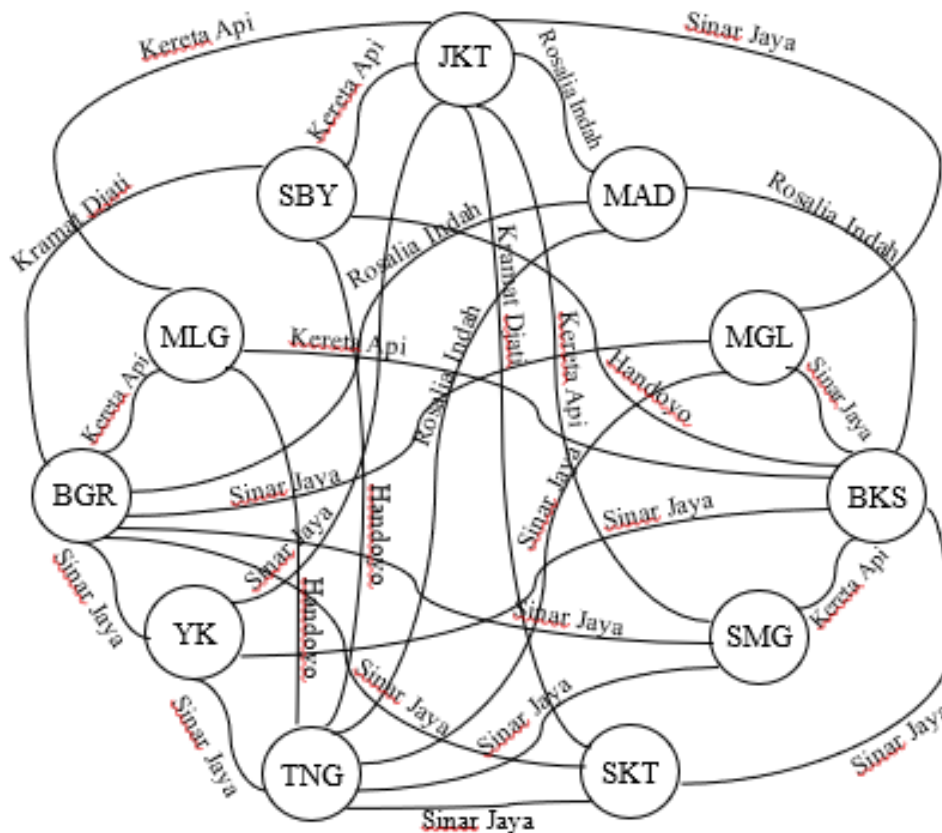
Langkah 7. Buatlah struktur graf pada himpunan kota dengan relasi, pilih pasangan kota yang memiliki jenis agen perjalanan terbaik yang sama sebagai elemen dari relasi yang sama.

Langkah 8. Tuliskan semua elemen relasi dengan nilai keanggotaannya, sehingga diperoleh relasi $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ adalah himpunan fuzzy pada $R_1, R_2, \dots, R_n$ dan $(\sigma, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ adalah struktur graf fuzzy. Gambarkan struktur graf fuzzy yang setiap *edge*-nya mengidentifikasi agen perjalanan terbaik di antara kota-kota yang bersesuaian.

$$\begin{aligned} R_1 &= \{((\text{Jakarta, Madiun}), 0.33), ((\text{Bekasi, Madiun}), 0.33), ((\text{Madiun, Tangerang}), 0.33), \\ &((\text{Madiun, Bogor}), 0.33)\}, \\ R_2 &= \{((\text{Jakarta, Magelang}), 0.42), ((\text{Tangerang, Surakarta}), 0.4), ((\text{Tangerang, Yogyakarta}), 0.43), \\ &((\text{Bekasi, Yogyakarta}), 0.43), ((\text{Bogor, Surakarta}), 0.33), \\ &((\text{Bogor, Semarang}), 0.43), ((\text{Yogyakarta, Jakarta}), 0.45), ((\text{Yogyakarta, Bogor}), 0.43), \\ &((\text{Semarang, Tangerang}), 0.53), ((\text{Surakarta, Bekasi}), 0.33), ((\text{Magelang, Tangerang}), 0.33), \\ &((\text{Magelang, Bekasi}), 0.43), ((\text{Magelang, Bogor}), 0.43)\}, \\ R_3 &= \{((\text{Jakarta, Semarang}), 0.65), ((\text{Bogor, Malang}), 0.46), ((\text{Semarang, Bekasi}), 0.65), \\ &((\text{Malang, Jakarta}), 0.44), ((\text{Malang, Bekasi}), 0.6)\}, \end{aligned}$$

$$R_4 = \{((Jakarta, Surakarta), 0.3), ((Surabaya, Bogor), 0.33)\},$$

$$R_5 = \{((Tangerang, Malang), 0.27), ((Bekasi, Surabaya), 0.52), ((Surabaya, Tangerang), 0.36)\}.$$



Gambar 1. Struktur graf *fuzzy* menunjukkan agen transportasi terbaik diantara kota-kota

Berdasarkan struktur graf yang ditunjukkan pada Gambar 1 dapat dilihat bahwa setiap relasi menunjukkan pasangan kota yang memiliki jenis agen terbaik. Namun dalam beberapa kasus, aspek tertentu yang dihasilkan dari teori graf dapat bersifat ambigu, sehingga membutuhkan teori *fuzzy* dalam menangani permasalahan tersebut. Struktur graf pada Gambar 1 merupakan struktur graf *fuzzy* dengan penambahan nilai keanggotaan *fuzzy* untuk masing-masing derajat keanggotaan pada himpunan vertek sesuai dengan Tabel (kota) dan derajat keanggotaan himpunan relasi-relasi sesuai dengan yang dijelaskan di atas.

Kesimpulan

Berdasarkan struktur graf *fuzzy* yang ditunjukkan pada Gambar 1, setiap *edge* menunjukkan layanan perjalanan terbaik di antara kota-kota terkait. Sebagai contoh, layanan perjalanan terbaik antara Surabaya (SBY) dan Tangerang (TNG) adalah Handoyo. Terlihat bahwa vertek Surabaya memiliki derajat relasi tertinggi yaitu Handoyo, ini berarti bahwa Surabaya memiliki Handoyo sebagai layanan perjalanan terbaik. Selain itu, berdasarkan struktur graf *fuzzy*, Bekasi (BKS) dan Yogyakarta (YK) memiliki Sinar Jaya sebagai layanan perjalanan terbaik saat ini. Selanjutnya, untuk bepergian dari Jakarta (JKT) ke Surakarta (SKT) layanan perjalanan terbaik adalah Kramat Djati. Dapat dilihat juga bahwa Sinar Jaya adalah layanan perjalanan terbaik saat ini di wilayah sebelas kota ini.

Referensi

- [1] L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets," *Inf. Control* 8, vol. 353, pp. 1562–1569, 2014, doi: 10.1061/9780784413616.194.
- [2] L. Tyagi and S. Singal, "Application of Fuzzy Logic Control Systems in Military Platforms," in *2019 9th International Conference on Cloud Computing, Data Science & Engineering (Confluence)*, IEEE, Jan. 2019, pp. 397–402. doi: 10.1109/CONFLUENCE.2019.8776955.
- [3] C. G. Amza and D. T. Cicic, "Industrial Image Processing Using Fuzzy-logic," *Procedia Eng.*, vol. 100, pp. 492–498, 2015, doi: 10.1016/j.proeng.2015.01.404.
- [4] Y. Anggara and A. Munandar, "Implementation of Hybrid RNN-ANFIS on Forecasting Jakarta Islamic Index," *Jambura J. Math.*, vol. 5, no. 2, pp. 419–430, Aug. 2023, doi: 10.34312/jjom.v5i2.20407.
- [5] A. Kauffman, "Introduction a la Theorie des Sous-ensembles Flous 1," *Masson Cie, Paris*, 1973.
- [6] A. Rosenfeld, "FUZZY GRAPHS," *Fuzzy Sets their Appl. to Cogn. Decis. Process.*, pp. 77–95, 1975, doi: 10.1016/b978-0-12-775260-0.50008-6.
- [7] A. N. Gani and K. Radha, "On Regular Fuzzy Graphs," *J. Phys. Sci.*, vol. 12, pp. 33–40, 2008.
- [8] A. N. Gani and K. Radha, "The degree of a vertex in some fuzzy graphs," *Int. J. Algorithms, Comput. Math.*, vol. 2, no. 3, pp. 107–116, 2009.
- [9] P. Bhattacharya, "Some remarks on fuzzy graphs," *Pattern Recognit. Lett.*, vol. 6, no. 5, pp. 297–302, 1987, doi: 10.1016/0167-8655(87)90012-2.
- [10] J. N. Mordeson and P. Chang-Shyh, "Operations on fuzzy graphs," *Inf. Sci. (Ny)*, vol. 79, no. 3–4, pp. 159–170, 1994, doi: 10.1016/0020-0255(94)90116-3.
- [11] N. Gani, "Order and size in fuzzy Graph," no. May, 2015, doi: 10.13140/2.1.3884.0969.
- [12] M. L. Prakasta and A. Munandar, "Pewarnaan Fraksional Fuzzy pada Graf Fuzzy Beserta Aplikasinya dalam Penjadwalan Ujian," *J. Fourier*, vol. 12, no. 1, pp. 1–9, Apr. 2023, doi: 10.14421/fourier.2023.121.1-9.
- [13] E. Sampathkumar, "Generalized Graph Structures," *Bull. Kerala Math. Assoc.*, vol. 3, no. 2, pp. 67–123, 2006.
- [14] T. Dinesh and T. V. Ramakrishnan, "On generalised fuzzy graph structures," *Appl. Math. Sci.*, vol. 5, no. 1–4, pp. 173–180, 2011.
- [15] M. Sitara, M. Akram, and M. Y. Bhatti, "Fuzzy graph structures with application," *Mathematics*, vol. 7, no. 1, 2019, doi: 10.3390/math7010063.
- [16] M. Akram, R. Akmal, and N. Alshehri, "On m-polar fuzzy graph structures," *SpringerPlus*, vol. 5, no. 1. 2016. doi: 10.1186/s40064-016-3066-8.
- [17] M. Akram and M. Sitara, "Certain fuzzy graph structures," *J. Appl. Math. Comput.*, vol. 61, no. 1–2, pp. 25–56, 2019, doi: 10.1007/s12190-019-01237-2.
- [18] A. Munandar, *Pengantar Matematika Diskrit dan Teori Graf*. Deepulish, 2022.
- [19] L. A. Zadeh, "Similarity relations and fuzzy orderings," *Inf. Sci. (Ny)*, vol. 3, no. 2, pp. 177–200, 1971, doi: 10.1016/S0020-0255(71)80005-1.
- [20] T. Dinesh, "A study on graph structures, incidence algebras and their fuzzy analogues," *Ph.D. Thesis, Kannur Univ. Kerala, India*, no. June, 2012.
- [21] M. Pal, S. Samanta, and G. Ghorai, *Modern Trends in Fuzzy Graph Theory*. 2020. doi: 10.1007/978-981-15-8803-7.